

# Incetidumbre macroeconómica e inversión real en Colombia

*Macroeconomic uncertainty and real investment in Colombia*

HÉCTOR MAURICIO POSADA DUQUE

*Profesor del Departamento de Economía de la Universidad de Antioquia*

*hmposada@economicas.udea.edu.co*

Recibido 29.11.2009

Aprobado 05.05.2010

## Resumen

En este trabajo se analiza empíricamente la relación entre la incetidumbre macroeconómica y la inversión real agregada en Colombia durante el periodo comprendido entre el primer trimestre de 1994 y el cuarto trimestre del 2006. Para ello, inicialmente, se construye una medida de la incetidumbre usando un modelo de parámetros tiempo-cambiantes, un modelo GARCH y el análisis de componentes principales, y luego, se estima una ecuación para la tasa de crecimiento de la inversión a través del método de variables instrumentales. Los resultados sugieren que la incetidumbre macroeconómica ejerce un efecto negativo y significativo sobre la tasa de crecimiento de la inversión, lo que ofrece nueva evidencia a favor de las predicciones de las teorías de la inversión irreversible bajo e incetidumbre, y muestra un mecanismo a través del cual pudo haberse agudizado la crisis del 99 en Colombia.

**Palabras clave:** Incetidumbre Macroeconómica, Inversión Agregada, Inversión Irreversible, Heteroscedasticidad Condicional, Variables Instrumentales.

## Abstract

This paper empirically examines the relationship between macroeconomic uncertainty and aggregate real investment in Colombia during the first quarter of 1994 and the fourth quarter of 2006. To do this, first, we build a measure of uncertainty using a model of time-changing parameters, a GARCH model and principal component analysis, then, we estimate a equation for the rate of investment growth using the instrumental variables method. The results suggest that macroeconomic uncertainty has a negative effect on the rate of investment growth, providing new evidence in favor of the theories of irreversible investment under uncertainty, and showing a mechanism that probably made the crisis of 99 in Colombia worse.

**Key words:** Macroeconomic Uncertainty, Aggregate Investment, Irreversible Investment, Conditional Heteroskedasticity, Instrumental Variables.

## Introducción

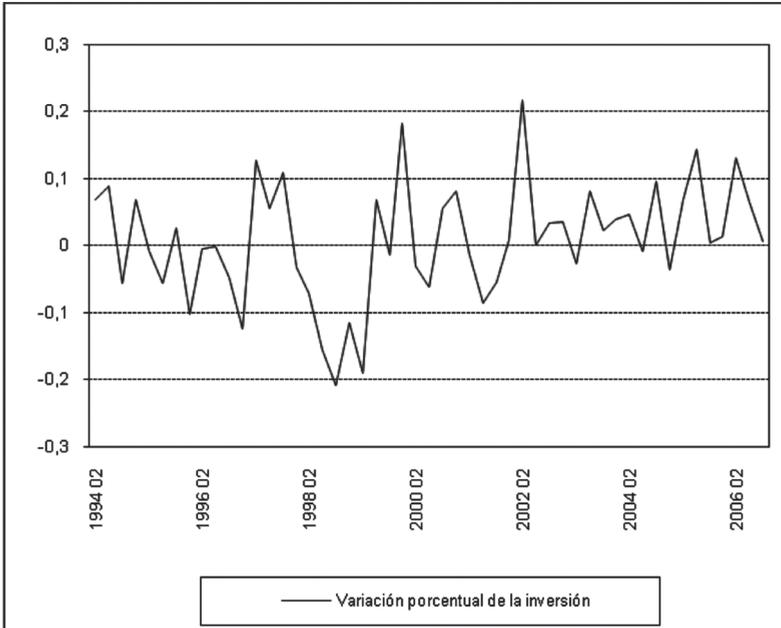
La relación entre incertidumbre e inversión ha sido objeto de una intensa investigación teórica desde mediados de la década de los 70. El interés en dicha relación tuvo su origen, primero, en las continuas dificultades para corroborar empíricamente los postulados derivados de teorías de la inversión con más tradición, como las basadas en el costo de ajuste del capital (Tobin 1969) o en el valor de la unidad marginal del capital (Jorgenson 1963); y segundo, en la necesidad de establecer un mecanismo explícito, a diferencia del basado en la aversión al riesgo, que sustente la percepción generalizada en el mundo de los negocios de que los aumentos en los niveles de incertidumbre en la economía causan que los inversores se sienten y observen como evolucionan las cosas. Los trabajos de Henry (1974), Cuckierman (1981), Bernanke (1983), MacDonald y Siegel (1986) y Pindyck (1988) fueron los primeros en mostrar con rigor la intuida relación negativa entre inversión e incertidumbre, a través de la formulación de un mecanismo explícito llamado “valor de la opción de invertir”, el cual, a grandes rasgos, establece que cuando los proyectos de inversión son irreversibles se crea un nuevo costo de oportunidad análogo a lo que en la terminología financiera se conoce como el costo de la opción perdida. Sin embargo, Hartman (1972) y Abel (1983) demostraron que la incertidumbre también puede aumentar los niveles de inversión a través de los aumentos en el producto marginal del capital.

Como respuesta a estos resultados y a su evidente ambigüedad, se han elaborado numerosos trabajos empíricos a nivel internacional (ej Serven 2003, Byrne y Davis 2004, Kim 1993) y algunos a nivel nacional (Partow 1996, Birchenall 1997) donde en la mayoría de los casos se corrobora la relación negativa y significativa (desde el punto de vista estadístico) entre incertidumbre e inversión, en presencia de las variables que usualmente se consideran determinantes de la inversión. Esto llama la atención pues, en general, evidencian un desempeño empírico sólido de la incertidumbre frente a los determinantes señalados por las teorías tradicionales, y más importante aún, validan las teorías que muestran una relación negativa, es decir, apoyan la idea de que los inversores tienen en cuenta el valor de la opción de invertir a la hora de tomar sus decisiones. Lo anterior es bastante relevante en términos del diseño de políticas, pues sugiere que si el objetivo es estimular la inversión, puede ser más efectivo sumar esfuerzos para generar condiciones de estabilidad económica (así como estabilidad institucional y política) que buscar ciertos niveles de variables como las tasa de interés.

Resulta, entonces, interesante revisar y analizar empíricamente la relación entre incertidumbre macroeconómica e inversión en Colombia, a la luz del mecanismo del “valor de la opción de invertir” y más aun teniendo en cuenta que los trabajos de Partow (1996) y Birchenall (1997) calculan las proxy de la incertidumbre usando promedios móviles, alternativa que desperdicia información estadística si se le compara con las metodologías como los modelos GARCH o los modelos de espacio estado. Adicionalmente, estos trabajos dejan de analizar parte de la década de los 90 (la segunda mitad) y todo el periodo transcurrido del nuevo del siglo - donde se observa una gran

variabilidad de la inversión (gráfico 1)-, lo que no permite, por ejemplo, establecer si la relación inversión-incertidumbre fue uno de los mecanismos a través de los cuales se agudizó la crisis de 1999.

**Gráfico 1.** Variación porcentual trimestral de la inversión real en Colombia



Fuente: Banco de la República

Para llevar a cabo nuestro análisis, el escrito se organiza de la siguiente forma: en la primera parte se hace una revisión de los principales resultados teóricos relacionados con los determinantes de la inversión, enfatizándose en el papel de la incertidumbre. En la segunda parte se explican los conceptos básicos de la inversión irreversible bajo incertidumbre y se desarrolla el modelo de McDonald y Siegel 1986 el cual muestra los resultados principales del enfoque de opciones reales. En la cuarta parte se describen los datos, la estrategia empírica y los principales resultados, y finalmente en la quinta parte se resumen las principales conclusiones.

## I. Revisión de la literatura

Explicar el comportamiento de la inversión agregada es importante al menos por dos razones. La primera es que de esta dependen crucialmente los estándares de vida en el largo plazo. La segunda es que la inversión agregada presenta un patrón de comportamiento bastante inestable y por tanto influye de forma notable en las fluctuaciones de corto plazo (Romer 2001).

Probablemente la teoría más antigua de la inversión es la del acelerador. Uno de los primeros trabajos reconocido y relacionado con dicha teoría se debe a Clark

(1917). En este se demostró que existe una estrecha relación directa entre la variación del producto y el gasto de inversión, bajo el supuesto de que las firmas pueden modificar instantáneamente y sin costos sus niveles de capital.

La *teoría del acelerador* fue el único desarrollo importante en torno a la inversión agregada durante un período largo de tiempo, hasta que en 1963, Jorgenson, usando los mismos supuestos de dicha teoría, mostró que el nivel de inversión óptimo es aquel que garantizaba que el producto marginal del capital era igual al costo del uso del capital.

Sin embargo, los supuestos arriba mencionados comenzaron a ser cuestionados pues en la realidad se observaba que ajustar el capital tomaba tiempo y era costoso. Fue así como a partir de la incorporación de estas críticas Tobin (1969) desarrolló lo que se ha llamado la teoría de la  $q$  de Tobin, la cual muestra que los niveles de inversión óptimos aumentan en la medida que lo haga la razón del valor de mercado de la firma respecto a su costo de reemplazo. Posteriormente, Mussa (1977) y Abel (1983) construyeron el concepto de la  $q$  marginal, el primero para un escenario determinístico y el segundo para un escenario estocástico.

Si bien todos los análisis anteriores explicaban de manera elegante la inversión, no eran favorecidos de manera contundente por la evidencia empírica, situación que se agravaba cuando se consideraban las teorías del costo del uso del capital y la  $q$  de Tobin. Esto generó la necesidad de explorar nuevos determinantes y factores explicativos, originándose así un gran interés por la incertidumbre dada la muy amplia percepción en el mundo de los negocios de que los aumentos en los niveles de incertidumbre en la economía causan que los inversores se sienten y observen cómo evolucionan las cosas.

Algunos de los primeros trabajos interesados en establecer un mecanismo explícito entre inversión e incertidumbre (a diferencia del basado en la aversión al riesgo), indagaron sobre los efectos de la incertidumbre asociada a los precios de los productos (que reflejan directamente la incertidumbre sobre la demanda) sobre la decisión de invertir. Hartman (1972) y Abel (1983) mostraron que si la incertidumbre en el precio aumenta, el valor de una unidad marginal de capital aumenta, lo que generaría aumentos en la inversión bajo el supuesto de que la corriente de beneficios generados por la unidad marginal del capital es una función convexa de la variable estocástica.

Sin embargo, estos trabajos (así como todos los análisis anteriores) evadieron una de las características más relevantes asociada a los proyectos de inversión. Esta característica es la irreversibilidad. Henry (1974), Cukierman (1981) y Bernanke (1983) mostraron que una firma con múltiples alternativas de inversión mutuamente excluyentes e irreversibles, se encuentran ante una disyuntiva de obtener, por un lado, unos beneficios de corto plazo como resultado de un compromiso temprano, y por otro lado, obtener unos beneficios como resultado de no invertir y en vez obtener mayor información que le ayude a la empresa a mejorar su conocimiento acerca de las variables relevantes y así tomar la decisión de inversión adecuada. Generalmente bajo estos modelos un aumento de la incertidumbre aumenta los beneficios de recoger mayor información lo que lleva a un aplazamiento de la inversión.

McDonald y Siegel (1986) a través del enfoque de opciones reales derivado de las teorías de valoración de activos financieros, y considerando que la incertidumbre se asocia al valor del proyecto o al costo del proyecto, mostraron que esta y la irreversibilidad crean un costo de oportunidad de invertir (el cual es el costo de la opción perdida). También muestran que a medida que aumenta la incertidumbre aumenta el tamaño de dicho costo y por tanto disminuye la inversión. Pindyck (1988), Dixit (1989), Bertola (1989) y Pindyck y Dixit (1994) refinaron el análisis anterior modelando explícitamente la incertidumbre sobre el precio del producto, los precios de los insumos, las tasas de interés y otras variables relevantes.

Se tiene pues que la incertidumbre puede afectar positiva o negativamente la inversión, lo que plantea el interrogante acerca de su efecto neto. Caballero (1991) y Pindyck (1993) mostraron que el efecto neto es negativo. El primer autor lo hizo suponiendo competencia imperfecta, y el segundo endogeneizando el precio bajo condiciones de equilibrio parcial en el marco de competencia perfecta. Lo anterior muestra que los resultados tienden a favorecer un efecto neto negativo. En vista de esto, a continuación se desarrollaran los conceptos y teorías claves en la explicación del efecto negativo de la incertidumbre sobre la inversión.

## **II. Inversión irreversible bajo incertidumbre macroeconómica: principales ideas teóricas**

### **A. Conceptos básicos**

Una inversión es irreversible si reduce de forma importante por un largo período de tiempo la variedad de decisiones de inversión que sería posible tomar en el futuro (Henry 1974). La mayoría de proyectos de inversión exhiben esta característica. Considérese, por ejemplo, el caso en que una firma toma la decisión de construir una nueva planta para aumentar su capacidad de exportación. La planta se construye con un tamaño específico y una tecnología específica. Si la firma tuviera en un futuro el deseo de cambiar el tamaño de la planta se encontraría con que no lo puede hacer, limitándose así sus posibles decisiones (En este caso respecto al tamaño). Similarmente si deseara usar otro tipo de tecnología se encontraría con que es difícil y por tanto no podría más que operar la planta ya construida. El hecho de llevar a cabo este proyecto también le impide construir una planta para producir otro tipo de bien (por la especificidad del capital) y más aun, le impide decidir en un futuro si construir o no construir dicha planta con las mismas especificaciones de la ya construida.

También la mayoría de decisiones de inversión en el mundo real se llevan a cabo bajo incertidumbre. Por lo general, la firma no conoce con certeza los costos de inversión, el valor del proyecto, el retorno de corto plazo y los retornos totales de la inversión. En este escenario, la firma toma sus decisiones basada en el cálculo de la esperanza de estas variables, después de asignar probabilidades a todos los eventos posibles. Sin embargo, incluso estos valores esperados no se conocen con certeza debido

a que están determinados por variables claves, acerca de las cuales se tiene un conocimiento impreciso. Por ejemplo, es razonable pensar, primero, que no se conozca con certeza el estado de la demanda, y segundo, que los retornos totales esperados asociados a una planta construida (con un tamaño y tecnología definidos) sean distintos dependiendo si la demanda es alta y baja. Esto crea una situación donde surge incertidumbre respecto al valor esperado del retorno total. De forma similar surge la incertidumbre asociada a los valores esperados de las variables relevantes.

Por último, en la mayoría de los proyectos de inversión se tiene la posibilidad de aplazar la ejecución. Las firmas en vez de iniciar sus proyectos tienen la posibilidad de esperar para obtener información acerca de variables económicas tales como precios, tasas de interés, tasas de cambio y otras que puedan tener una influencia importante sobre los ingresos y los costos del proyecto.

A continuación veremos cómo el enfoque de opciones reales usa los conceptos desarrollados en esta sección para explicar la inversión y la relación negativa entre incertidumbre e inversión.

## **B. El enfoque de opciones reales**

El enfoque más influyente para el análisis de la relación entre incertidumbre e inversión irreversible es el de las opciones reales propuesto por McDonald y Siegel (1986) y extendido posteriormente por Pindyck (1988, 1991, 1993), Dixit (1989a, 1989b), Bertola (1989), Caballero (1991), Caballero y Pindyck (1992), Dixit y Pindyck (1994) y extendido para el caso de la incertidumbre en la tasa de cambio real por Erdal (2001).

En el modelo de McDonald y Siegel el objeto de estudio es un único proyecto de inversión irreversible y por tanto solo se considera la incertidumbre sobre el costo y el valor de este. El problema consta en encontrar el momento adecuado para llevar a cabo dicho proyecto, en un escenario donde la información acerca de variables como los precios, las tasas de cambio etc. llega a través del tiempo, donde la incertidumbre nunca se desvanece y *donde no es necesario suponer si la firma es aversa o neutral al riesgo*.

En el modelo la inversión irreversible se considera una opción real. La opción real es el derecho y no la obligación de llevar a cabo una inversión en capital físico, es decir, es el derecho de gastar dinero ahora o en el futuro, recibiendo un activo físico o un proyecto con algún valor. Normalmente, la opción real no tiene fecha límite para ser ejercida (es una opción infinita) y además no es transable (sólo la firma puede tomar la decisión de emprender o no emprender el proyecto). Como la opción financiera, la opción real es valorable en parte porque el valor futuro del activo obtenido por la inversión es incierto, de tal manera que si el activo aumenta en valor, los pagos netos por invertir aumentan, mientras que si disminuye en valor la firma no necesariamente invierte y sólo perdería lo que gastó en obtener la oportunidad de inversión.

Ejercer la opción real es irreversible, lo que significa que una vez se ha emprendido el proyecto es muy difícil devolverse y que por tanto no se puede recuperar dicha

opción. En otras palabras cuando una firma lleva a cabo un gasto de inversión irreversible ejerce o “elimina” su opción de invertir, con lo cual renuncia a la posibilidad de esperar por mayor información que puede afectar el deseo o el momento del gasto. Esta opción perdida se considera un costo de oportunidad y se incluye como parte del costo de la inversión, generando que la regla de decisión para invertir cambie de la siguiente forma: el valor del proyecto debe exceder la compra y costos de instalación por una cantidad igual al valor de mantener la opción de invertir con vida.

El modelo de McDonald y Siegel muestra que el costo de oportunidad mencionado arriba es altamente sensible a la incertidumbre sobre el valor futuro del proyecto, lo que permite que las condiciones económicas cambiantes que afecten la percepción de riesgo de los flujos de caja puedan tener un gran impacto en los gastos de inversión. Usualmente, el valor de la opción se incrementa cuando la incertidumbre aumenta, lo que hace más probable que la firma aplaze la ejecución de sus proyectos.

A continuación a través del enfoque de opciones se valorará el proyecto de inversión, la oportunidad de inversión y se hallará el punto de parada óptimo para una firma (punto donde la firma invierte), con el fin de demostrar el efecto negativo de la incertidumbre sobre la inversión.

### C. Oportunidades de inversión y momento de invertir. (McDonald y Siegel 1986)

Bajo este enfoque el problema de la firma representativa es el siguiente: en que momento es óptimo pagar un costo irrecuperable  $I$  por un proyecto cuyo valor es  $V$ , dado que  $V$  evoluciona de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$dV = \alpha V dt + \sigma V dz \tag{1}$$

donde  $dz$  es el incremento de un proceso Wiener:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad \text{y} \quad \varepsilon_t \square i.i.d.N(0,1)$$

La ecuación (1) implica que en  $t$   $V$  es conocido pero los valores futuros siguen una distribución lognormal con una varianza que crece linealmente en el tiempo. Entonces a pesar de que la información llega con el tiempo (la firma observa a  $V$  cambiando) el valor futuro del proyecto es siempre incierto.

Denotamos el valor de la oportunidad de inversión (es decir, el valor de la opción de invertir) como  $F(V)$ . Recordemos que esta opción no tiene fecha límite para ser ejercida, entonces puede ser tratada como una opción perpetua. Si la opción se ejerce cuando el valor del proyecto es  $\bar{V}$  tenemos que la opción vale  $(\bar{V} - I)E[e^{-\rho T}]$ , donde la expectativa es tomada sobre el tiempo del primer paso ( $T$ ) de  $V$  sobre el valor fijo  $\bar{V}$ .  $E[e^{-\rho T}]$  es usualmente llamado el factor de descuento esperado.

La firma con una opción de invertir quiere maximizar su valor y tiene entonces el siguiente problema

$$F(V) = \max_{V^*} (V^* - I) E[e^{-\rho T}] \quad (2)$$

donde  $\rho$  es la tasa de descuento y la maximización esta a sujeta a (1) para  $V$ .

### 1. Solución por programación dinámica

Para que el problema tenga solución debemos asumir que  $\alpha < \rho$ . Si denotamos la diferencia  $\rho - \alpha$  con  $\delta$ , suponemos que  $\delta > 0$ . Debido a que la oportunidad de inversión no da flujos de caja hasta el momento  $T$  donde la inversión es emprendida, el único retorno de tenerla es su apreciación de capital. Entonces en la región de continuación (valores de  $V$  para los cuales no es óptimo invertir) la ecuación de Bellman es:

$$\rho F dt = E[dF] \quad (3)$$

La ecuación (3) dice que sobre un intervalo de tiempo  $dt$ , el retorno total esperado de la oportunidad de inversión,  $\rho F dt$ , es igual a la tasa esperada de apreciación del capital.

Después de expandir  $dF$  usando el lemma de Ito y de denotar con primas las derivadas tenemos que:

$$dF = F'(V) dV + \frac{1}{2} F''(V) (dV)^2.$$

Seguidamente, se sustituye la ecuación (1) en la expresión anterior y se hace uso de que  $E[dz] = 0$ , con lo cual llegamos a:

$$E[dF] = \alpha V F'(V) dt + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(V) dt.$$

En consecuencia la ecuación de Bellman se vuelve (después de dividir por  $dt$ ):

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(V) + \alpha V F'(V) - \rho F = 0$$

Ahora si hacemos uso de que  $\alpha = \rho - \delta$  la ecuación de Bellman se vuelve la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F''(V) + (\rho - \delta) V F'(V) - \rho F = 0, \quad (4)$$

donde  $F(V)$  debe satisfacer 3 condiciones de acotamiento

$$F(0) = 0 \quad (5)$$

$$F(V^*) = V^* - I \tag{6}$$

$$F'(V^*) = 1 \tag{7}$$

La razón es que a pesar de la posición del primer acotamiento ( $V = 0$ ) es conocida, la posición del segundo acotamiento no. Recordemos que  $V^*$  debe ser determinado como parte de la solución y por esto se necesita una tercera condición.

De la ecuación (6) tenemos que  $V^* - F(V^*) = I$ . Según lo anterior, cuando la firma invierte, tiene el valor del proyecto, pero renuncia a la oportunidad u opción de invertir la cual es valorada en  $F(V)$ , obteniendo una ganancia neta del costo de oportunidad igual a  $V - F(V)$ . El valor crítico  $V^*$  es donde esta ganancia neta es igual al costo tangible o directo de la inversión.

Para hallar  $F(V)$  se conjetura una forma funcional y se determina por sustitución si funciona. Para satisfacer la condición (5) la solución debe tener la forma

$$F(V) = AV^{\beta_1} \tag{8}$$

donde  $A$  es un coeficiente a ser determinado, y  $\beta_1 > 1$  es una constante conocida que depende de  $\sigma, \rho, \delta$  de la ecuación diferencial. Las condiciones (6) y (7) pueden ser usada para hallar  $A$  y  $V^*$ . Sustituyendo (8) en (6) y (7) y organizando hallamos que

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I \tag{9}$$

$$A = (V^* - I)(V^*)^{\beta_1} = (\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1} / [(\beta_1)^{\beta_1} I^{\beta_1 - 1}] \tag{10}$$

Las ecuaciones (8) a (10) dan el valor de la oportunidad de inversión y la regla de decisión óptima, esto es el valor crítico  $V^*$ , al cual es óptimo invertir.

Como  $\beta_1 > 1$ , tenemos que  $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 0$  y  $V^* > I$ .

## 2. La ecuación cuadrática fundamental.

La ecuación (4) es lineal en la variable dependiente  $F$  y en sus derivadas por lo que su solución puede ser expresada como una combinación lineal de cualesquiera dos soluciones independientes. Si usamos la función  $AV^\beta$ , vemos por sustitución que satisface la ecuación, dado que  $\beta$  es una raíz de la siguiente ecuación cuadrática:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + (\rho - \delta)\beta - \rho = 0. \tag{11}$$

Las dos raíces son:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - (\rho - \delta) / \sigma^2 + \left[ (\rho - \delta) / \sigma^2 - \frac{1}{2} \right] + 2\rho / \sigma^2 > 1, \quad \text{y}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - (\rho - \delta) / \sigma^2 - \left[ (\rho - \delta) / \sigma^2 - \frac{1}{2} \right] + 2\rho / \sigma^2 < 0$$

así la solución es:

$$F(V) = A_1 V^{\beta_1} + A_2 V^{\beta_2}$$

donde  $A_1$  y  $A_2$  deben ser determinadas. Dado que (5) se debe cumplir, tenemos la solución propuesta en (4).

Para responder las cuestiones económicas debemos examinar la ecuación (11). Denotaremos la variable en la ecuación como  $\beta$  y toda la expresión cuadrática como  $Q$ . A continuación nos enfocaremos en la raíz positiva  $\beta_1$ . El análisis de interés consiste en establecer cómo cambia  $\beta_1$  cuando  $\sigma$  cambia. Primero se diferencia la expresión

cuadrática totalmente:  $\frac{\partial Q}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma} + \frac{\partial Q}{\partial \sigma} = 0$  y luego se evalúan todas las derivadas en  $\beta_1$ .

Se tiene entonces que  $\frac{\partial Q}{\partial \beta} > 0$  y también  $\frac{\partial Q}{\partial \sigma} = \sigma\beta(\beta - 1) > 0$  y en consecuencia  $\frac{\partial \beta_1}{\partial \sigma} < 0$ .

Tenemos pues que mientras  $\sigma$  aumenta,  $\beta_1$  disminuye, de tal forma que entre más grande sea la incertidumbre sobre los valores futuros de  $V$ , más grande es la distancia entre  $V^*$  e  $I$ . Esto quiere decir que entre más grande sea la incertidumbre más grande es el exceso de retorno que la firma demandara para estar deseosa de hacer la inversión irreversible. También se puede mostrar numéricamente que  $F(V)$  aumenta cuando  $\sigma$  aumenta. Todo lo anterior muestra como una mayor incertidumbre asociada al mercado de la firma o el ambiente económico genera aplazamientos de los proyectos de inversión.

Uno de los problemas de este enfoque es que la tasa de descuento tomada en cuenta es arbitraria. Sin embargo, podría asumirse bien sea que la firma es neutral al riesgo y que por tanto utiliza la tasa de descuento libre de riesgo  $r$ , o que la firma es aversa al riesgo y que utiliza entonces una tasa de interés ajustada por riesgo que podría estar determinada dentro del modelo CAPM. En ambos casos una mayor incertidumbre lleva a una disminución de los niveles de inversión. Cabe anotar que los resultados anteriores fueron extendidos para el caso de inversión incremental, para el caso de

equilibrio parcial bajo una estructura de competencia perfecta y para el caso donde se asume una estructura de competencia imperfecta con rendimientos crecientes a escala.

Por último, es importante enfatizar en la idea de que la inestabilidad de la inversión agregada y de la producción agregada pueden justificarse, en parte, por la interacción de la irreversibilidad y la incertidumbre. Si los inversores perciben un incremento simultáneo de la incertidumbre, aplazarán sus decisiones de inversión al mismo tiempo, ocasionando un retardo en la tasa de crecimiento de la economía (Cukierman 1981). Esta percepción simultánea del aumento de la incertidumbre por parte de los inversores, es factible debido a que las decisiones de inversión a nivel Microeconómico toman en cuenta los factores a un nivel Macro (Bernanke 1983), entre los cuales se encuentran los cambios en la política monetaria, los cambios en la política fiscal, los cambios en la política cambiaria y la coyuntura económica mundial. Según lo anterior, si un objetivo de política macroeconómica es estimular la inversión, la estabilidad y la credibilidad pueden ser más importantes que un nivel particular de tasas de interés (Pindyck 1991, 1994).

### III. Análisis empírico

El objetivo central de esta sección es analizar empíricamente la relación entre incertidumbre e inversión para Colombia durante el período comprendido entre el primer trimestre de 1994 y el cuarto trimestre del 2006. Para tal fin, en el primer apartado, se hace una revisión de los principales trabajos empíricos, en el segundo se construye la medida de incertidumbre, y en el último se construye un modelo económico de la inversión.

#### A. Principales trabajos empíricos

Los trabajos empíricos que utilizan la volatilidad como proxy de la incertidumbre, usualmente difieren en cuanto al método para estimar la volatilidad. Uno de estos métodos es el de los promedios móviles. Este es usado por Goldberg (1993) sobre la tasa de cambio real, por Pindyck *et al.* (1993) sobre la productividad marginal del capital y por Darby *et al.* (1999) sobre la variación porcentual de la tasa de cambio real, los primeros dos autores para el caso estadounidense y el tercero para el caso de los países desarrollados de la Unión Europea. En Colombia Partow (1996) y Birchenall (1997) utilizan el mismo método, el primero sobre la productividad marginal del capital y el segundo sobre la variación porcentual de los medios de pago, la inflación y la tasa de cambio real. Aunque en general estos trabajos encuentran evidencia a favor del efecto negativo de la incertidumbre sobre los niveles de inversión, es importante resaltar el hecho de que la alternativa de los promedios móviles desperdicia información estadística si se le compara con otras metodologías para estimar la volatilidad como los modelos GARCH o los modelos de espacio estado.

Los modelos GARCH son usados por Byrne y Davis (2004 y 2003) y Servén (2003) sobre la variación porcentual de la tasa de cambio real, los primeros para el caso de los países del G-7 y el segundo para el caso de los países en vías de desarrollo. En estos trabajos, los autores, a través del uso de metodologías apropiadas para datos de panel dinámicos, demuestran nuevamente la relación negativa que existe entre incertidumbre e inversión.

Los modelos de parámetros tiempo-cambiantes, los cuales son un caso especial de los modelos de espacio estado se usan en las aplicaciones de Kim y Nelson (1989) y de Kim (1993). En ambas se estima la varianza condicional asociada a la tasa de crecimiento de la oferta monetaria en Estados Unidos, y en la última se demuestra que una mayor incertidumbre asociada a la oferta monetaria influye de forma negativa en los niveles de producción.

Como puede notarse, para el caso colombiano no se ha hecho uso de los modelos de espacio estado ni de los modelos GARCH en la construcción de medidas de incertidumbre, implicando el desperdicio de información, el cual se ve agravado por el hecho de que las series de tiempo utilizadas en los trabajos anteriores son mucho más cortas y omiten sucesos tan importantes como la crisis de 1999.

## **B. Índice de incertidumbre macroeconómica en Colombia**

La incertidumbre macroeconómica en Colombia se construyó a partir de la devaluación real y la inflación, en vista de que estas variables hacen referencia a efectos agregados de incertidumbre sobre los precios, al alterar la relación de precios que la firma enfrenta bien sea sobre el producto o sobre el capital (Birchenall 1997). Para construir la medida de volatilidad de la primera variable se usó un modelo de parámetros tiempo-cambiantes, mientras que para la segunda se usó un modelo GARCH. La incertidumbre macroeconómica se obtuvo a partir de un índice construido con la técnica de componentes principales. A continuación se muestra cómo se construyeron las volatilidades y el índice, explicando brevemente cada una de las metodologías utilizadas.

### *1. Modelo de parámetros tiempo-cambiantes y estimación de la volatilidad condicional asociada a la devaluación real*

Los modelos de espacio estado permiten especificar sistemas dinámicos que contienen variables de estado no observadas. Estos constan de dos ecuaciones: Una ecuación de transición y una ecuación de medida. La ecuación de medida describe la relación entre las variables observadas, las variables de estado no observadas (en nuestro caso son los parámetros tiempo cambiantes) y otras variables predeterminadas o exógenas. La ecuación de transición describe la dinámica de las variables de estado. La siguiente es su representación:

Ecuación de medida:

$$y_t = H_t \beta_t + A z_t + e_t, \tag{12}$$

Ecuación de Transición:

$$\begin{aligned} \beta_t &= \tilde{\mu} + F \beta_{t-1} + v_t, \\ e_t &\square \text{ i.i.d. } N(0, R), \\ v_t &\square \text{ i.i.d. } N(0, Q), \end{aligned} \tag{13}$$

$$E(e_t v_t') = 0,$$

donde  $y_t$  es un vector  $n \times 1$  de variables observadas en el momento  $t$ ;  $\beta_t$  es un vector  $k \times 1$  de variables de estado no observadas;  $H_t$  es una matriz  $n \times k$  que relaciona el vector observado  $y_t$  con el no observado  $\beta_t$ ;  $z_t$  es un vector de  $r \times 1$  variables exógenas o predeterminadas observables;  $\tilde{\mu}$  y  $v_t$  son  $k \times 1$ . La estimación de los parámetros de este modelo y de las variables de estado no observadas se hace posible gracias al filtro de Kalman, el cual facilita la obtención de la función del logaritmo de la verosimilitud y por tanto hace posible obtener estimadores máximo-verosimiles. El filtro consta de las siguientes ecuaciones:

Predicción

$$\beta_{t|t-1} = \tilde{\mu} + F \beta_{t-1|t-1}, \tag{14}$$

$$P_{t|t-1} = F P_{t-1|t-1} F' + Q, \tag{15}$$

$$\eta_{t|t-1} = y_t - y_{t|t-1} = y_t - H_t \beta_{t|t-1} - A z_t, \tag{16}$$

$$f_{t|t-1} = H_t P_{t|t-1} H_t' + R, \tag{17}$$

Actualización

$$\beta_{t|t} = \beta_{t|t-1} + K_t \eta_{t|t-1}, \tag{18}$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - K_t H_t P_{t|t-1}, \tag{19}$$

donde  $K_t = P_{t|t-1} H_t' f_{t|t-1}^{-1}$  es la ganancia de Kalman.  $\beta_{t|t-1}$  es la predicción del vector de estado,  $P_{t|t-1}$  es la matriz de covarianzas del vector  $\beta_t$  condicional a la información hasta  $t-1$ ,  $\eta_{t|t-1}$  es el error de predicción y  $f_{t|t-1}$  es la varianza condicional del error de predicción.

En el modelo de parámetros tiempo-cambiantes tenemos que  $y_t$  es de orden  $1 \times 1$ ,  $R = \sigma_e^2$  de orden  $1 \times 1$ ,  $H_t = x_t$  de orden  $1 \times k$  donde  $x_t$  es la  $t$ -ésima observación de las variables exógenas o predeterminadas y  $F = I$  de orden  $k$ . Ahora tal como lo sostienen Kim y Nelson (1994) en este modelo la incertidumbre acerca de los coefi-

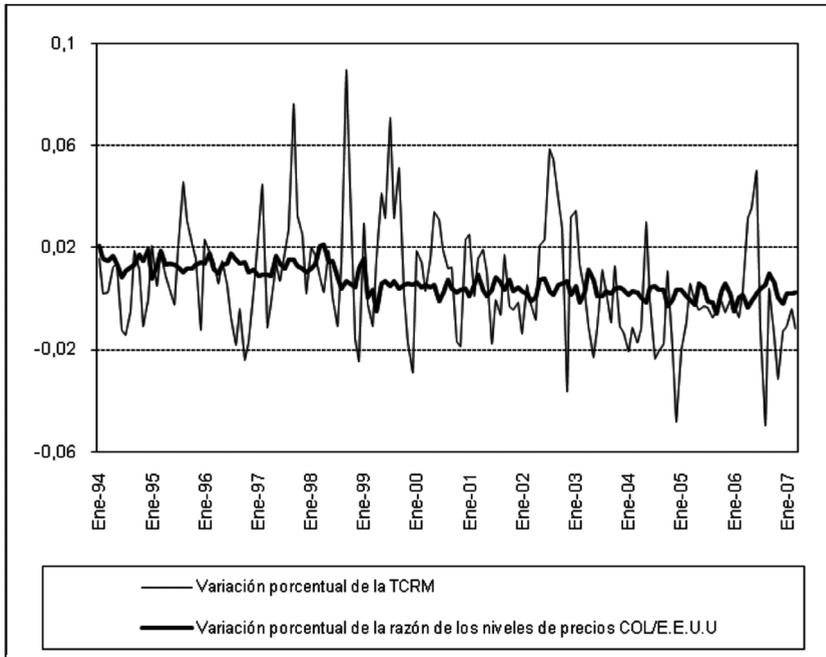
cientes de regresión actuales  $\beta_t$  resulta en varianza condicional cambiante. Esta situación se captura en la expresión para la varianza del error de predicción condicional dada por el filtro de Kalman:

$$f_{t|t-1} = x_{t-1}P_{t|t-1}x'_{t-1} + \sigma_e^2 \tag{20}$$

donde tenemos que  $P_{t|t-1}$  es el grado de incertidumbre asociado con la inferencia de  $\beta_t$  condicional a la información hasta  $t-1$ . A partir de la ecuación (20) es que construiremos nuestra proxy de la incertidumbre asociada a la tasa de cambio real.

Tal como se observa en el gráfico 2, la incertidumbre de la variación porcentual de la tasa de cambio real se origina principalmente en el comportamiento de la variación porcentual de la tasa de cambio nominal, y es por esta razón que se usará la volatilidad de la variación porcentual de la tasa de cambio nominal como proxy de la incertidumbre asociada a la tasa de cambio real.

**Gráfico 2.** Variación porcentual mensual de la tasa de cambio nominal y de la razón de los niveles de precios Colombia/Estados Unidos.



Fuente: Banco de la República

Nuestro punto de partida es la teoría de la paridad absoluta del poder adquisitivo la cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$E = P / P^* \tag{21}$$

Donde  $E$  es la tasa de cambio nominal,  $P$  es el nivel de precios domestico y  $P^*$  es el nivel de precios extranjero. A partir de (21) se especifica la siguiente ecuación:

$$\Delta \ln E_t = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \ln(P_t / P_t^*) & \Delta \ln E_{t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_3 \end{bmatrix} + e_t \tag{22}$$

$$(y_t = x_t \beta_t + e_t),$$

donde los coeficientes son aleatorios y siguen el siguiente proceso

$$\begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{1t-1} \\ \beta_{2t-1} \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$(\beta_t = F \beta_{t-1} + v_t),$$

con  $F = I_3$  y donde se supone que

$$e_t \square i.i.d.N(0, \sigma_e^2),$$

$$v_{it} \square i.i.d.N(0, \sigma_{vi}^2), \quad i = 1, 2.$$

$$E(e_t v_s') = 0.$$

El término  $\Delta \ln E_{t-1}$  se agrega para tener en cuenta el comportamiento inercial que exhibe la variación porcentual de la tasa de cambio nominal. Las series utilizadas son la tasa de cambio nominal promedio, el IPC Colombiano y el CPI estadounidense entre enero de 1992 y enero de 2007. Pevio a la estimación de nuestro modelo se corroboró la estacionaridad de las dos regresoras ( $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$ ,  $\Delta \ln E_{t-1}$ )<sup>1</sup> y se descartó la posible endogeneidad de  $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$  siguiendo la versión del test de Hausman propuesta por Davidson y MacKinnon (1989)<sup>2</sup>. La tabla 1 presenta las estimaciones de los parámetros del modelo y los gráficos 3 y 4 muestran las inferencias acerca de los parámetros tiempo-cambiantes hechas con el filtro de Kalman con la información hasta  $t - 1$ <sup>3</sup>.

1 Ver anexo 1.

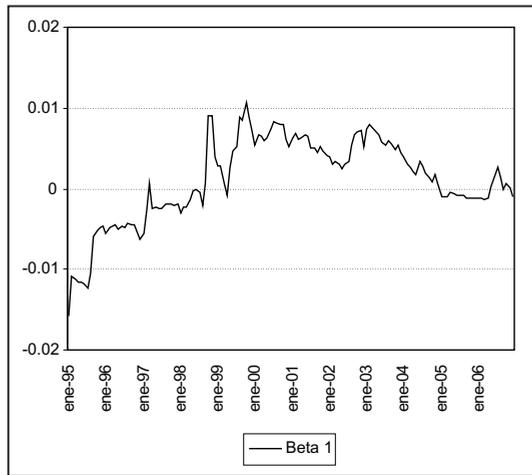
2 Las regresiones se realizaron en el paquete Eviews y los resultados se muestran en el anexo 2.

3 La estimación se realizó usando el objeto Sspace del paquete E-views.

**Tabla 1.** Parámetros estimados del modelo de coeficientes tiempo cambiantes para la variación porcentual de la tasa de cambio nominal en Colombia (1992:01-2007:01).

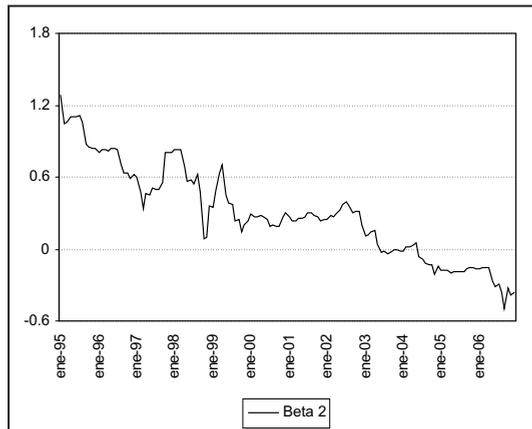
$\sigma_e$	0.01864135
$\sigma_{v1}$	0.00075507
$\sigma_{v2}$	0.0485535
$\beta_3$	0.387543
Log verosimilitud	440.4703

**Gráfico 3.** Coeficiente de regresión tiempo-variante:  $\beta_{1t}$



Fuente: Construcción propia

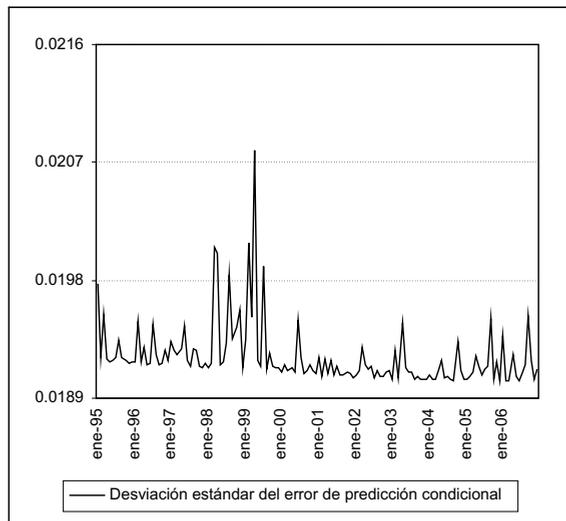
**Gráfico 4.** Coeficiente de regresión tiempo-variante:  $\beta_{2t}$



Fuente: Construcción propia

Dado que la varianza del error de predicción condicional en este caso está dada por la expresión (20) y que  $P_{t|t-1}$  representa la incertidumbre asociada con la inferencia hecha respecto al vector  $\beta_t$  condicional a la información hasta  $t-1$ , podemos concluir que la incertidumbre acerca de los coeficientes de regresión  $\beta_t$  resulta en varianza condicional cambiante para la variación porcentual de la tasa de cambio nominal. En el gráfico 5, se muestra precisamente la evolución de la desviación estándar cambiante que no es más que la raíz de la expresión (20). Resulta interesante señalar como la proxy de incertidumbre construida representa de forma adecuada el convulsionado comportamiento que exhibió el mercado cambiario en 1998 y 1999 donde en medio de una profunda recesión, el sistema de bandas soportó presiones especulativas y falta de credibilidad que hicieron que se abandonara dichas bandas y se adoptara un sistema de flotación libre. En consecuencia la incertidumbre no sólo fue originada por el comportamiento de los agentes privados sino también por el Banco central al modificar el régimen cambiario.

**Gráfico 5.** Desviación estándar del error de predicción condicional para la variación porcentual de la tasa de cambio nominal en el modelo de coeficientes tiempo-cambiantes



Fuente: Construcción propia

El modelo parece estar bien especificado, pues no hay evidencia de autocorrelación en los residuales estandarizados ni el cuadrado de estos<sup>4</sup>.

## 2. Modelos garch y estimación de la volatilidad condicional asociada a la inflación

Estudiosos de las series financieras y macroeconómicas notaron que grandes y pequeños errores tienden a ocurrir agrupados. Engle en 1982 formuló la noción de que el pasado reciente puede dar información acerca de la varianza condicional de una perturbación.

4 Ver anexo 3.

Se especifica pues una perturbación del siguiente tipo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t^* | \psi_{t-1} &\square N(0, h_t), \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^{*2} \end{aligned} \tag{24}$$

ó

$$\begin{aligned} \varepsilon_t^* | \psi_{t-1} &\square N(0, h_t), \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^{*2} + \alpha_2 h_{t-1}, \end{aligned} \tag{25}$$

donde la varianza condicional de la perturbación esta explicada en el primer caso por los errores pasados ARCH(1) y en el segundo caso por los errores pasados y las varianzas pasadas GARCH(1,1). Con modelos que incluyan este tipo de perturbaciones es posible estimar una varianza condicional cambiante para todo momento de tiempo.

Después de corroborar la estacionaridad para la serie de la inflación<sup>5</sup> se especificó un modelo AR(1) para su media y un GARCH(1,1) para su perturbación. El modelo parece estar bien especificado, pues no hay evidencia de autocorrelación en los residuales estandarizados ni el cuadrado de estos<sup>6</sup>. A continuación en la tabla 2 se muestran los parámetros estimados y en el gráfico 6 la volatilidad condicional estimada.

**Tabla 2. Parámetros estimados del modelo GARCH(1,1) para la Inflación en Colombia (1993:12-2007:05)**  
**Variable dependiente: Inflación**

Variable	Coficiente	Error estándar
Constante	0.015593*	0.000349
dummy	-0.010589*	0.000501
Inflación(-1)	0.408529*	0.062545

\* Significativos al 5%

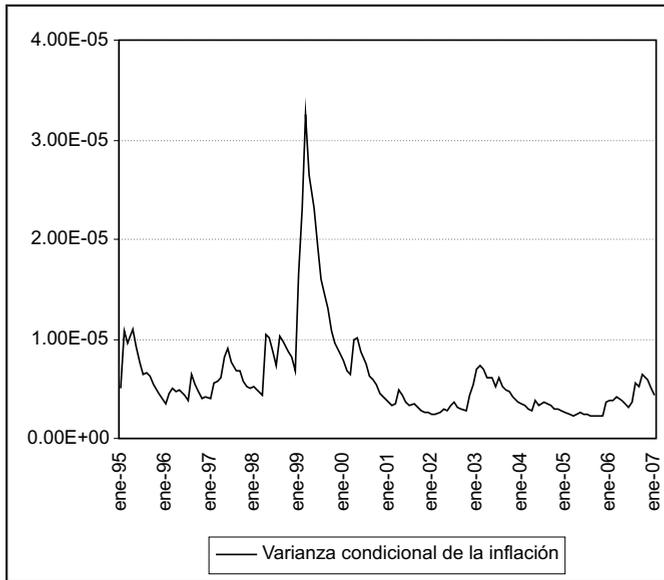
**Ecuación para la varianza**

Variable	Coficiente	Error estándar
C	3.53E -07	2.78E -07
Resid(-1)^2	0.15126*	0.075097
Garch(-1)	0.788793*	0.088355

\* Significativos al 5%

5 Se siguió el mismo procedimiento que se utilizó para comprobar la estacionaridad de la serie de la variación porcentual de la razón de los niveles de precios Col/EEUU. Los resultados se encuentran en el anexo 4.

6 Ver anexo 5.

**Gráfico 6.** Varianza condicional para la inflación obtenida a partir de un modelo GARCH(1,1)

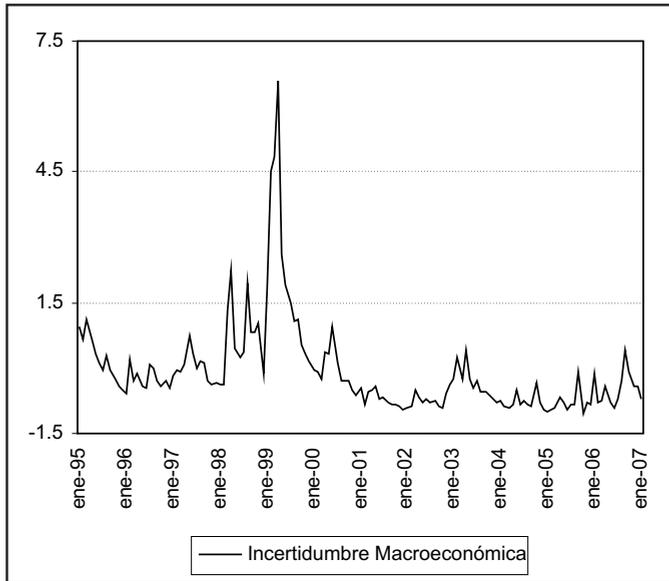
Fuente: Construcción propia

La medida de incertidumbre mostrada en el gráfico 6 refleja adecuadamente la turbulencia en la variación porcentual del nivel de precios y en la política monetaria durante 1999. Esta turbulencia se originó en parte por la abrupta desaceleración en el crecimiento de los precios como consecuencia de la crisis, y en parte como respuesta al abandono por parte del gobierno de la estrategia de corredor monetario para encausar la política monetaria dentro de la estrategia de inflación objetivo. Adicionalmente dada la estrecha relación que puede existir entre devaluación e inflación en una economía abierta es natural pensar que las volatilidades de dichas variables se retroalimentaron.

### 3. Índice de incertidumbre macroeconómica.

Usando la técnica de componentes principales sobre las medidas de volatilidad construidas en los apartados anteriores se obtuvo el índice de incertidumbre macroeconómica<sup>7</sup> el cual se muestra en el gráfico 7.

<sup>7</sup> Ver resultados en el anexo 6

**Gráfico 7. Índice de Incertidumbre macroeconómica en Colombia**

Fuente: Construcción propia

Tanto la incertidumbre de la devaluación como la de la inflación son expresiones de la incertidumbre macroeconómica. Durante el período comprendido entre 1998 y 1999 en medio de una profunda crisis económica se observó como el sistema de bandas soportó presiones especulativas y falta de credibilidad, y se observó una abrupta desaceleración en el crecimiento de los precios. Esto coincidió con un aumento en los niveles de incertidumbre macroeconómica en el país. Por otro lado, el gobierno ante las dudas creadas frente a la modalidad crecimiento adoptada, lleva a cabo una serie de cambios importantes en términos de política macroeconómica que implican cambios no sólo en la política cambiaria y monetaria sino también en la política fiscal. En consecuencia, tanto la crisis como los cambios de política pudieron haber generado aumentos importantes de la incertidumbre macroeconómica.

### C. Construcción de un modelo empírico para la inversión en Colombia

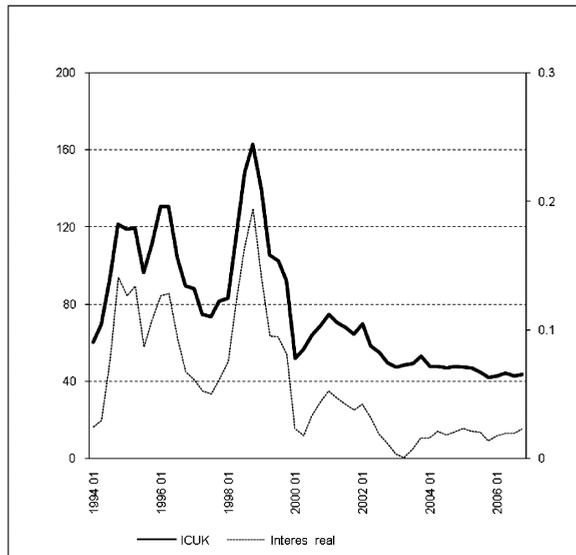
A continuación en el marco de un modelo empírico se analizará cuál es la relación entre la medida de incertidumbre macroeconómica y la inversión en Colombia durante el período comprendido entre el primer trimestre de 1994 y el último trimestre del 2006.

#### 1. Datos.

Siguiendo a Darby *et al.* (1999) y a Serven (2003), además de la variable de incertidumbre, se consideran como determinantes de la inversión el producto real, la tasa de interés real y el precio relativo de los bienes de capital. La primera variable está re-

lacionada con la hipótesis del acelerador; la segunda y tercera con las teorías del costo del uso del capital. La tasa de interés real se construye como la diferencia de la DTF a 90 días y la inflación anual, mientras que el precio relativo de los bienes de capital se construye como la razón del deflactor de la inversión respecto al deflactor del PIB. También se consideró la inclusión del índice de costo del uso de capital construido por Botero *et al.* (2007), pero se descartó su uso dado que su comportamiento es prácticamente idéntico al comportamiento de la tasa de interés real (ver gráfico 8).

**Gráfico 8.** Índice de costo de uso de capital (Botero *et al.* 2007) y tasa de interés real



$$\text{Corr}(\text{ICUK}, \text{Interés\_real})=0.99$$

Fuente: Botero *et al.* y construcción propia

## 2. Análisis econométrico

El primer paso para construir el modelo es comprobar la estacionaridad de las variables consideradas. Para ello se utilizará el contraste de Dickey-Fuller aumentado y el contraste de Phillips-Perron. En ambos, la hipótesis nula es la existencia de raíz unitaria.

**Tabla 3.** Pruebas de raíces unitarias: ADF y PP para el período comprendido entre el primer trimestre de 1994 y el cuarto trimestre del 2006

Variable	Estadístico ADF (con intercepto)	P-valor	Estadístico PP (con intercepto)	P-valor
Ln_Inversión	-0.297057	0.9179	-0.744772	0.8258
Ln_PIB	0.892492	0.9947	0.541209	0.9866
Ln_P_ktal	-4.893221	0.0002	-4.933289	0.0002
Incertidumbre	-6.806756	0.0000	-6.914984	0.0000
<b>Primera diferencia</b>				
Ln_Inversión	-5.558934	0	-5.533675	0
Ln_PIB	-5.687543	0	-5.742344	0

Los resultados anteriores sugieren que a un nivel de significancia del 5% las variables logaritmo de la inversión y logaritmo del PIB son integradas de orden 1, mientras que el logaritmo del precio relativo del capital y la medida de la incertidumbre son integradas de orden cero.

La inspección gráfica de la serie de la tasa de interés real (gráfico 8) sugiere ésta es estacionaria por tramos, con una media para el período comprendido entre enero de 1994 y 1999 distinta a la del período comprendido entre el 2000 y el 2006. Este punto de quiebre estaría explicado por la importante desaceleración en el ritmo de crecimiento en Colombia durante el 98 y el 99. En estos años se dio una importante contracción de la demanda agregada que generó una desaceleración abrupta en el crecimiento de los precios y que tuvo que verse reflejada en la tasa de interés real. Para corroborar las hipótesis anteriores se aplicará un contraste de raíz unitaria bajo la presencia de cambio estructural en el primer trimestre del 2000. La técnica implementada es la propuesta por Perron (1990). El estadístico  $t$  asociado a la hipótesis nula (raíz unitaria) es  $-4.739462$  mientras que el valor crítico a un nivel de significancia del 5% es de  $-3.76$ . Esto nos lleva a rechazar la hipótesis nula de la presencia de raíz unitaria y a cambio no rechazar que la serie es estacionaria con cambio estructural.

En vista de que se cuenta con variables integradas de orden uno es posible que se establezcan relaciones de largo plazo entre estas. Por lo anterior, se probó la existencia de cointegración entre el producto y la inversión con la metodología de Engle y Granger (1987) para el período comprendido entre el primer trimestre de 1994 y el último trimestre del 2006. Los resultados que se muestran en el anexo 7 sugieren que no existen relaciones de largo plazo entre las variables consideradas y por esto dichas series se introducirán diferenciadas dentro del modelo a estimar.

También se analizó la posible endogeneidad de la tasa de crecimiento del producto usando la versión del test de Hausman propuesta por Davidson y MacKin-

non (1989)<sup>8</sup>. En este caso no se pudo rechazar la hipótesis de que la tasa de crecimiento del producto esta correlacionada con el término de error del modelo. Lo anterior hace necesario descartar el uso de un modelo de parámetros tiempo cambiantes, y por tanto llevar a cabo la estimación del modelo a través de la metodología de variables instrumentales, usando como instrumentos (como ya se anticipó) la tasa de crecimiento del consumo y las variables exógenas del modelo (tasa de interés, precio del capital e incertidumbre).

En una fase previa se estima el modelo con una variable dummy que interactúa con la tasa de interés real, para tener en cuenta el cambio estructural en dicha variable, sin embargo, el coeficiente asociado es no significativo (p-valor igual a 0.7698) por lo que se descarta la inclusión de dicha interacción. A continuación se presentan los resultados definitivos de la estimación:

**Tabla 4.** Ecuación de la inversión estimada (1994:02-2006:04). Método de estimación: variables instrumentales

**Variable dependiente: Tasa de crecimiento de la inversión.**

Variable	Coeficiente	Error estándar
Constante	-0.039124	0.029767
Crecimiento PIB	2.791611*	1.055190
Log. tasa de interés	-0.007910	0.009154
Log. precio del capital	0.089174	0.208702
Incertidumbre	-0.007990*	0.003575
R <sup>2</sup> ajustado	0.5	
Prob(Estadístico F)	0.000178	
<b>Correlación serial</b>	$\chi^2(p)$	P-valor
LM1	1.31404	0.25
LM4	6.47595	0.16
LM8	10.04577	0.26
<b>Heteroscedasticidad</b>	$\chi^2(q)$	P-valor
ARCH 1	3.18729	0.08
ARCH 4	3.53927	0.47
<b>Normalidad</b>	$\chi^2(2)$	P-valor
Jarque-Bera	2.097737	0.35

\* Significativos al 5%

En coherencia con los resultados obtenidos en la mayoría de estudios empíricos, la tasa de crecimiento de la producción ejerce una influencia positiva y significativa sobre la tasa de crecimiento de la inversión. Esto confirma la evidencia encontrada

8 La prueba se realizó en E-views y los resultados se muestran en el anexo 8

a favor de la hipótesis del acelerador, la cual sugiere que existe una relación estable entre el stock de capital que desea una empresa y su nivel de producto.

También se observa cómo la tasa de interés real tiene un coeficiente asociado no significativo, lo que renueva la evidencia del no cumplimiento de las predicciones que se desprenden de las teorías basadas en el costo de uso del capital. Apoyando, esta misma evidencia tenemos que el coeficiente asociado, al precio relativo del capital es no significativo.

Por último, tenemos que nuestra medida de incertidumbre macroeconómica ejerce un efecto negativo sobre la inversión, lo que apoya las teorías de la inversión irreversible bajo incertidumbre y confirma la evidencia empírica ya hallada anteriormente en otros estudios.

Este resultado es interesante pues muestra cómo la incertidumbre supera en desempeño a variables resaltadas por teorías tradicionales de la inversión. Esto no es sorprendente si se tiene en cuenta que, los enfoques que demuestran la relación negativa entre inversión e incertidumbre se construyen sobre supuestos más realistas como el de la irreversibilidad y el de la posibilidad de aplazar la decisión de invertir. Es precisamente la interacción de estos dos supuestos lo que crea un nuevo costo de oportunidad de invertir, el cual no es tenido en cuenta por las teorías tradicionales, y que como ya se demostró anteriormente es bastante sensible a la incertidumbre. Lo anterior tiene implicaciones bastante relevantes en términos de política económica (Dixit y Pindyck, 1994) pues según nuestros resultados para aumentar la inversión puede ser mucho más efectivo el controlar la incertidumbre macroeconómica que fijar un determinado nivel de tasa de interés.

Este hallazgo también es importante pues pone en relieve uno de los canales a través de los cuales pudo haberse potenciado la crisis del 99. Como se evidencia en el gráfico 7, entre el 98 y el 99 hubo un aumento considerable de la incertidumbre macroeconómica y por tanto, según nuestro modelo, menores niveles de inversión. Este argumento toma especial fuerza si se tiene en cuenta que dicho efecto negativo de la incertidumbre dentro del modelo se obtiene después de controlar por los efectos de la producción en la inversión. Tenemos pues que durante la crisis del 99 la inversión colapso no sólo arrastrada por la misma dinámica del producto sino también por el aumento en los niveles de incertidumbre.

## Conclusiones

A través de la especificación de una ecuación para la tasa de crecimiento de la inversión y el uso del estimador de variables instrumentales, se analizó empíricamente la relación entre la incertidumbre macroeconómica y la inversión agregada en Colombia para el período comprendido entre 1994 y el 2006. Se encontró que la relación es negativa y significativa, lo que apoya la idea de que la irreversibilidad, la incertidumbre y la capacidad de aplazamiento de las decisiones crean un costo de oportunidad de invertir que aumenta a mayor incertidumbre.

Estos aspectos no son tenidos en cuenta por las teorías tradicionales de la inversión, lo que puede explicar porque estas tienen un desempeño empírico inferior. Las implicaciones de estos hallazgos en términos de política económica son bastante relevantes, pues tal como lo sostiene Pindyck (1991) si se desea estimular la inversión, la estabilidad y la credibilidad pueden ser más importantes que un nivel particular de tasas de interés. Estos resultados también llaman la atención acerca de cómo la mayor incertidumbre en 1998 y 1999 pudo haberse sumado como factor explicativo de la estrepitosa caída de la inversión durante este mismo período.

### Referencias bibliográficas:

- ABEL, Andrew. 1983. "Optimal Investment Under Uncertainty", *The American Economic Review*, Vol. 73, No. 1, pp. 228-233.
- AIZENMAN, Joshua, y MARION Nancy. 1999. "Volatility and Investment: Interpreting Evidence for Developing Countries", *Economica*, Vol. 66 No.252, pp., 157-179.
- BERNANKE, Ben. 1983. "Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 98, No. 1, pp. 85-106.
- BERTOLA, Giuseppe. 1989. "Irreversible Investment", *Unpublished Working Paper*, Princeton University.
- BIRCHENALL, Javier. 1997. "Inversión,  $q$  de Tobin, e incertidumbre en la industria Colombiana", *Desarrollo y Sociedad*, No. 39, pp. 149-208.
- BOTERO, Jesús, RAMIREZ, Andres y PALACIO, Juan. 2007. "El costo del uso del capital y la inversión en Colombia 1990-2007", *Working Papers de Economía EAFIT*, No. 1.
- BYRNE, Joseph y DAVIS, Philip. 2003. "Panel Estimation of the Impact of Exchange Rate Uncertainty on Investment in the Major Industrial Countries", *Unpublished Working Paper*.
- BYRNE, Joseph y DAVIS, Philip. 2004. "Investment and Uncertainty in the G-7", *Unpublished Working Paper*.
- CABALLERO, Ricardo. 1991. "Competition and the Non-Robustness of the Investment-Uncertainty Relationship", *The American Economic Review*, Vol. 81, pp. 279-288.
- CABALLERO, Ricardo y PINDYCK, Robert. 1996 "Uncertainty, Investment, and Industry Evolution", *International Economic Review*, Vol. 37, No. 3, pp. 641-662.
- CLARK Jean. (1917) "Business Acceleration and the Law of Demand: A Technical Factor in Economic Cycles", *Journal of Political Economy*. Vol. 25, No. 3, pp. 217-235.
- CUKIERMAN, Alex. 1980. "The effects of Uncertainty on Investment Under Risk Neutrality with Endogenous Information", *Journal of Political Economy*, Vol. 88, No. 3, pp. 462-475.
- DARBY, Julia, HUGHES, Andrew, IRELAND, Jhonatan, y PISCITELLI, Laura. 1999. "The Impact of the Exchange Rate Uncertainty on the level of investment", *The Economic Journal*, Vol. 109, No. 454, pp. 55-67.
- DAVIDSON, Russell y MACKINNON James. 1989. "Testing for consistency using artificial regressions," *Econometric Theory*, Vol. 5, pp. 363-384.

- DIXIT, Avinash. 1989. "Entry and Exit Decisions Under Uncertainty", *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 3, pp. 620-638.
- DIXIT, Avinash. 1989. "Hysteresis, Import Penetration Uncertainty, and Exchange Rate Pass-Through", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 104, No. 2, pp. 205-228.
- DIXIT, Avinash y PINDYCK, Robert. 1994. *Investment Under Uncertainty*, New Jersey, Princeton University Press. ENDERS, Walter. 2004. *Applied Econometric Time-Series, 2<sup>nd</sup> edition*. New York: John Wiley and Sons.
- ENGLE, Robert, y GRANGER Clive. 1987. "Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing" *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, pp. 251-276.
- ERDAL, Bahar. 2001. "Investment Decisions Under Real Exchange Rate Uncertainty", *Central Bank Review*. No. 1, pp. 25-47.
- GOLDBERG, Linda S. 1993. "Exchange Rate and Investments in United States Industry", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 75, No. 4, pp. 575-588.
- HAMILTON, James. 1994. "State-Space Models", In *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, ed. Robert F. Engle and Daniel McFadden. Amsterdam: Elsevier Science Publishing Co. pp. 3041-3081.
- HARTMAN, Richard. 1972. "The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment", *Journal of Economic Theory*, Vol. 5, No. 2, pp. 258-266.
- HENRY, Claude. 1974. "Investment Decisions under Uncertainty: The Irreversibility Effect", *The American Economic Review*, Vol. 64, No. 6, 1006-1012.
- JORGENSEN, Dale, W. 1963. "Capital Theory and Investment Behavior", *The American Economic Review*, Vol. 53, No. 2, Papers and Proceedings of the Seventy-Fifth Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1963), pp. 247-259.
- KIM, Chang-Jin. 1993. "Sources of Monetary Growth Uncertainty and Economic Activity: The Time-Varying Parameter Model with Heteroskedastic Disturbances", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 75, No. 3, pp. 483-492.
- KIM, Chang-Jin y CHARLES, Nelson. 1989. "The Time-Varying-Parameter Model for Modeling Changing Conditional Variance: The Case of the Lucas Hypothesis", *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 7, No. 4, pp. 443-440.
- KIM, Chang-Jin y CHARLES, Nelson. 1999. *State Space Models and Regimen Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, Londres, M.I.T. Press.
- MACKINNON, James. 1996. "Numerical distribution functions for unit root and cointegration tests," *Journal of Applied Econometrics*, No. 11, pp. 601-618.
- McDONALD, Robert y SIEGEL, Daniel. 1986. "The Value of Waiting to Invest", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101. No. 4, pp. 707-728.
- McNEES, S. K. 1986. "Modeling the Fed: A Forward-Looking Monetary Policy Reaction Function", *New England Economic Review*, Nov. pp. 3-8.
- PARTOW, Zeinab. 1996. "Incertidumbre económica e inversión privada en Colombia", *Borradores de Economía*, No. 56.

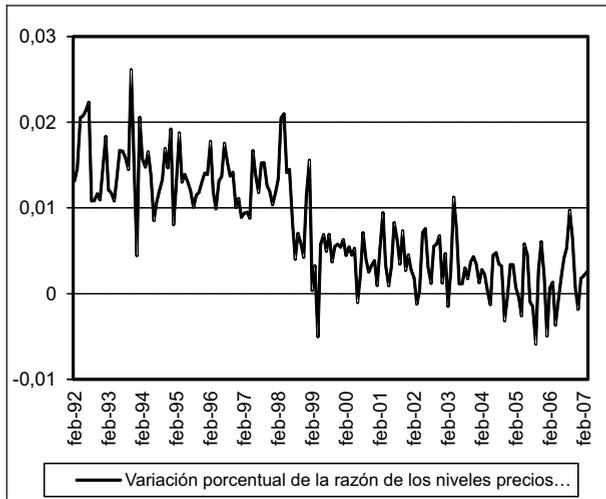
- PIERRE, Perron. 1989. "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis". *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, pp. 1361-1401.
- PIERRE, Perron. 1990. "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean". *Journal of Business & Economic Statistics* Vol. 8, No. 2, pp. 153-162.
- PINDYCK, Robert. 1988. "Irreversible Investment, Capacity Choice, and the values of the firm", *The American Economic Review*, Vol. 78, No. 5, pp. 969-985.
- PINDYCK, Robert. 1991. "Irreversibility Uncertainty and Investment." *Journal of Economic Literature*, Vol. 29, No. 3, pp. 1110-1148.
- PINDYCK, Robert. 1993. "A Note on Competitive Investment Under Uncertainty", *The American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 273-277.
- POSADA, Carlos Esteban. 1994. "Regímenes cambiarios, Política Macroeconómica y Flujos de capital en Colombia", *Archivos de Macroeconomía*.
- ROMER, David, 2001. *Advanced Macroeconomics*, Nueva York, McGraw-Hill.
- SERVÉN, Luis. 2003. "Real Exchange-Rate Uncertainty and Private Investment In LDCS", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 85, No. 1, pp. 212-218.
- TOBIN, James. 1969. "A general equilibrium approach to monetary theory", *Journal of Money Credit and Banking*, Vol. 1, No. 1, pp 15-29.

## Anexos

**ANEXO 1.** Pruebas de raíces unitarias sobre las series de la variación porcentual de la razón de los niveles de precios COL/E.E.U.U y de la variación porcentual de la tasa de cambio nominal.

El primer paso será la inspección gráfica y seguidamente se probará la existencia de raíces unitarias.

**Gráfico A1.1.** Variación porcentual mensual de la razón de los niveles de precios Colombia/ Estados Unidos



Fuente: Banco de la República

El gráfico sugiere que la serie de la variación porcentual mensual de la razón de los niveles de precios es estacionaria por tramos, con una media para el período comprendido entre enero de 1992 y enero de 1999, distinta a la del período comprendido entre febrero de 1999 y enero del 2007. Teniendo en cuenta lo anterior, se aplicará el contraste de Dickey-Fuller (ADF) de raíz unitaria a las dos submuestras. Dos razones básicas se argumentan para este proceder: (1) El punto de quiebre de la serie es bastante claro y (2) el número de observaciones por submuestra es superior a 83. Este punto de quiebre se explica por la importante desaceleración en el ritmo de crecimiento en Colombia durante el 98 y el 99. En estos años se dio una importante contracción de la demanda agregada que generó una desaceleración en el crecimiento de los precios.

Para la primera submuestra tenemos que el estadístico ADF en presencia de una constante es  $-5.868$  y el p-valor<sup>9</sup> asociado es 0, lo que permite rechazar con bastante fuerza la hipótesis de raíz unitaria. Situación similar tenemos para la segunda submues-

9 P-valores de Mackinnon (1996)

tra donde el estadístico ADF es -8.058 y el p-valor asociado es 0. En consecuencia se confirman las sospechas de que la serie es estacionaria por tramos.

Para la variación porcentual de la tasa de cambio tenemos que el estadístico ADF (usando toda la muestra) es -7.748566 y el p-valor asociado es 0, lo que nos lleva a rechazar nuevamente la hipótesis de raíz unitaria.

*ANEXO 2. Test de Hausman para detectar la endogeneidad de la razón de los niveles de precios COL/E.E.U.U en la ecuación (22)*

El procedimiento consta de dos regresiones. En la primera se regresa  $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$  contra su primer rezago (variable instrumental), una constante y  $\Delta \ln E_{t-1}$ . Seguidamente se regresa  $\Delta \ln E_t$  contra una constante, su primer rezago,  $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$  y los residuales de la primera regresión. Si el coeficiente asociado a los residuales de la primera regresión es no significativo, hay evidencia en torno a la no endogeneidad de  $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$ . El p-valor asociado a la hipótesis nula de que este parámetro es cero es 0.6627, lo que ofrece fuerte evidencia a favor de la exogeneidad de  $\Delta \ln(P_t / P_t^*)$ .

*ANEXO 3. Diagnósticos sobre los residuales del modelo especificado para la variación porcentual de la tasa de cambio nominal.*

**Tablas A3.1 y A3.2. Correlograma de los residuales estandarizados y de los residuales estandarizados al cuadrado.**

Rezago	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>AC</b>	0.09	-0.114	-0.072	0.068	-0.031	-0.113	0.001	0.118	-0.069	0.053	-0.03	0.177
<b>PAC</b>	0.09	-0.123	-0.05	0.068	-0.06	-0.096	0.022	0.086	-0.101	0.11	-0.062	0.18
<b>Q-Stat</b>	1.5022	3.9088	4.8665	5.7352	5.9204	8.3376	8.338	11	11.931	12.475	12.648	18.788
<b>Prob</b>	0.22	0.142	0.182	0.22	0.314	0.214	0.304	0.202	0.217	0.255	0.317	0.094

Rezago	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>AC</b>	0.069	0.134	0.015	0.091	0.006	0.016	-0.015	0.006	-0.109	0.114	-0.049	0.212
<b>PAC</b>	0.069	0.13	-0.002	0.075	-0.006	-0.005	-0.016	0	-0.108	0.131	-0.039	0.201
<b>Q-Stat</b>	0.886	4.2008	4.2417	5.7966	5.8032	5.8528	5.8943	5.901	8.1809	10.715	11.188	20.038
<b>Prob</b>	0.347	0.122	0.237	0.215	0.326	0.44	0.552	0.658	0.516	0.38	0.428	0.066

**Tabla A3.3. Prueba de normalidad**

<b>Jarque-Bera</b>	32.38
<b>P-valor</b>	0

A pesar de que las predicciones con el filtro de Kalman no necesariamente son eficientes para sistemas que no son normales, ninguna otra predicción basada en una función lineal de los errores tendrá un error cuadrático medio más pequeño. Este resultado es paralelo al teorema de Gauss-Markov para la regresión de mínimos cuadrados ordinarios (Hamilton 1994).

**ANEXO 4. Prueba de raíz unitaria para la inflación en Colombia**

Para la primera submuestra tenemos que el estadístico ADF en presencia de una constante es -4.089 y el p-valor asociado es 0.002, lo que permite rechazar con bastante fuerza la hipótesis de raíz unitaria. Situación similar tenemos para la segunda submuestra donde el estadístico ADF es -8.568 y el p-valor asociado es 0. En consecuencia se confirman las sospechas de que la serie es estacionaria por tramos.

**ANEXO 5. Diagnósticos sobre los residuales del modelo especificado para la inflación.**

**Tablas A5.1.y A5.2. Correlograma de los residuales estandarizados y de los residuales estandarizados al cuadrado.**

Rezago	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>AC</b>	0.084	-0.065	0.054	-0.047	0.007	0.027	0.158	-0.02	0.096	0.164	-0.031	-0.16
<b>PAC</b>	0.084	-0.073	0.067	-0.065	0.027	0.011	0.167	-0.05	0.136	0.121	-0.016	-0.169
<b>Q-Stat</b>	1.167	1.8786	2.3674	2.7467	2.7546	2.8751	7.144	7.184	8.7893	13.504	13.674	18.188
<b>Prob</b>		0.17	0.306	0.432	0.6	0.719	0.308	0.41	0.36	0.141	0.188	0.077

Rezago	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>AC</b>	0.087	0.028	-0.085	-0.038	-0.028	-0.043	-0.001	-0.06	0.104	0.005	0.056	0.089
<b>PAC</b>	0.087	0.021	-0.09	-0.024	-0.018	-0.045	0.003	-0.06	0.107	-0.013	0.04	0.097
<b>Q-Stat</b>	1.2576	1.3901	2.5981	2.8413	2.9726	3.283	3.283	3.8	5.6815	5.6863	6.234	7.6427
<b>Prob</b>		0.238	0.273	0.417	0.562	0.656	0.773	0.803	0.683	0.771	0.795	0.745

**Tabla A5.3. Prueba de normalidad**

<b>Jarque-Bera</b>	5.025072
<b>P-valor</b>	0.081065

**ANEXO 6.** *Aplicación de la técnica de componentes principales sobre las medidas de volatilidad de la devaluación y la inflación.*

**Tabla A6.1.** *Valores y vectores propios de la matriz de correlaciones.*

Correlation of VOL_DEV VOL_PRECIOS		
	Comp 1	Comp 2
Eigenvalue	1.365762	0.634238
Variance Prop.	0.682881	0.317119
Cumulative Prop.	0.682881	1.000000
Eigenvectors:		
Variable	Vector 1	Vector 2
VOL_DEV	0.707107	-0.707107
VOL_PRECIOS	0.707107	0.707107

**ANEXO 7.** *Contraste para detectar relaciones de cointegración entre el logaritmo del PIB y el logaritmo de la inversión (Metodología de Engle y Granger)*

El procedimiento consiste en estimar por mínimos cuadrados una ecuación que relacione dichas variables y seguidamente analizar la estacionaridad de los residuales. Si estos son estacionarios hay evidencia de que existe una relación de largo plazo entre las variables. El test de raíces unitarias de Dickey-Fuller aumentado puede ser aplicado a los residuales, sin embargo hay que tener en cuenta que los valores críticos para esta prueba no son los tradicionalmente usados en vista de que la serie a analizar fue generada mediante una regresión<sup>10</sup>. Los valores críticos apropiados para esta situación pueden encontrarse en Enders (2004) tabla C. Para nuestro caso el estadístico ADF asociado a la hipótesis nula de raíz unitaria es -1.1669, mientras que el valor crítico a un nivel de significancia del 5% es -3.461. Esto nos lleva a no rechazar la hipótesis nula, por lo tanto parece no haber evidencia a favor de la existencia de relaciones de largo plazo entre el producto y la inversión.

**ANEXO 8.** *Test de Hausman para detectar la endogeneidad de la tasa de crecimiento del PIB en la ecuación especificada para la tasa de crecimiento de la inversión.*

La variable instrumental considerada (además de las variables exógenas del modelo) es la tasa de crecimiento del consumo. Los residuales de la primera regresión

<sup>10</sup> Ver Enders (2004) pag. 336 cap. 6

auxiliar resultan ser significativos en la segunda regresión auxiliar ( $p$ -valor = 0.0107) lo que nos lleva a no rechazar la hipótesis de que la tasa de crecimiento del producto esta correlacionada con el término de error del modelo.