

# **Desigualdad inicial y trayectorias de acumulación del capital humano bajo dos regímenes de financiamiento educativo: simulaciones para Colombia<sup>1</sup>**

*Initial inequality and trajectories of human capital accumulation under two regimens of educational financing: Simulations for Colombia*

*Desigualdade inicial e trajetórias de acumulação do capital humano, a partir de dois regimes de financiamento educativo: simulações para Colombia*

**Harvy Vivas Pacheco<sup>2</sup>**

Docente e investigador de la Universidad del Valle, Cali, Colombia  
harvy.vivas@correounivalle.edu.co

**Recibido:** 29/06/2015

**Aprobado:** 24/11/2015

- 
- 1 Supported by the Programme Alban, *European Union Programme of High Level Scholarships for Latin America*, IN: E03D25353CO, como parte de mi trabajo de tesis doctoral en la Universitat Autònoma de Barcelona. Agradezco el apoyo y los comentarios del doctor Josep Lluís Roig (profesor de la Universitat Autònoma de Barcelona) a las versiones preliminares de este artículo en calidad de director de mi tesis doctoral.
  - 2 Profesor titular del Departamento de Economía, Doctor en Economía, MSc en Economía Aplicada. Coordinador del Grupo de investigaciones en Economía Regional y Ambiental –GERA—medido y reconocido por Colciencias.

## Resumen

Este trabajo estudia la relación dinámica entre el entorno socioeconómico local, la desigualdad inicial en los ingresos de las familias y los impactos en las trayectorias de acumulación de capital humano en Colombia. El estudio compara las trayectorias dinámicas de un régimen centralizado en el financiamiento de los servicios educativos, frente a un régimen descentralizado en el que los gastos educativos se financian en ámbitos locales o con recursos propios de las familias. Los resultados del estudio sugieren que cuando existe heterogeneidad inicial severa en la dotación de recursos de las familias, a largo plazo es más eficiente un sistema económico y social con gobierno central vigoroso en la financiación del gasto educativo que otro en el que los recursos para el suministro de los servicios educativos provienen predominantemente de los recursos propios de las familias o de las tasas impositivas a las rentas locales.

**Palabras clave:** capital humano; desigualdad; condiciones iniciales; régimen centralizado; régimen descentralizado; simulación dinámica.

## Abstract

This paper studies the dynamic relationship between local socioeconomic environment, initial inequality in family incomes and impacts on the trajectories of accumulation of human capital in Colombia. The study compares the dynamic trajectories of a centralized financing system of education services, and a decentralized system in which educational costs are financed with local resources or with own resources of families. The study results suggest that when there is an initial severe heterogeneity in resourcing of families, in the long term an economic and social system with strong central government in the financing of education spending is more efficient than one in which the resources for the provision of educational services come predominantly of own resources of families or from the tax rates to local rents.

**Keywords:** human capital; initial inequality; centralized regimen; decentralized regimen; dynamics simulation.

## Resumo

Este artigo estuda a relação dinâmica entre o entorno socioeconômico local, a desigualdade inicial na renda familiar e os impactos nas trajetórias de desigualdades de capital humano na Colombia. O estudo faz uma comparação entre as trajetórias de um regime descentralizado no financiamento dos serviços educativos, e um regime descentralizado no qual os investimentos educativos se financiam em âmbitos locais ou com recursos próprios das famílias. Os resultados sugerem que, quando existe uma forte heterogeneidade inicial na dotação de recursos familiares, a longo prazo é mais eficiente um sistema econômico e social, com um governo vigoroso no financiamento do investimento educativo. Esta situação é bem diferente quando os recursos dos serviços educativos provêm principalmente das despesas das próprias famílias ou das taxas impositivas às rendas locais.

**Palavras-chave:** capital humano, desigualdade, condições iniciais, regime centralizado, simulação dinâmica.



Este trabajo está bajo la licencia Creative Commons Attribution 3.0

### ¿Cómo citar este artículo? / How to quote this article?

Vivas, Harvy. «Desigualdad inicial y trayectorias de acumulación del capital humano bajo dos regímenes de financiamiento educativo: simulaciones para Colombia». *Sociedad y economía*, No. 30 (enero - junio de 2016): 43-68.

## **Introducción**

Este trabajo estudia en un marco dinámico aplicado a Colombia la relación entre las características del entorno socioeconómico local, la desigualdad inicial en los ingresos de las familias y su incidencia en las trayectorias de acumulación de capital humano. El estudio compara las trayectorias dinámicas de un régimen centralizado en el financiamiento de los servicios educativos, frente a un régimen descentralizado en el que los gastos educativos se financian en ámbitos locales o con los recursos propios de las familias.

La tesis central es que bajo un régimen descentralizado, cuando todavía prevalecen desigualdades redundantes en la distribución de la riqueza, los logros de las familias y de las localidades pobres tienden a ser menores que los que se obtendrían con un régimen centralizado de financiación. El argumento sugiere que en condiciones de heterogeneidad inicial severa en la dotación de recursos de las familias, a largo plazo es más eficiente un arreglo económico y social con un fuerte peso del gobierno central, frente a otro en el que los recursos para el suministro de los servicios educativos provienen predominantemente de los recursos propios de las familias o de las tasas impositivas a las rentas locales.

Los efectos de los dos regímenes sobre la distribución futura de los ingresos y el potencial de crecimiento de la economía dependen de las interacciones de los insumos que entran en la función de producción de capital humano, incluyendo la calidad de las interacciones locales y el *background* familiar. Mediante un modelo de generaciones traslapadas, calibrado para las principales áreas metropolitanas del país, detectamos un efecto de nivel a largo plazo en la comparación de los dos modelos de financiación, de tal manera que el arreglo social descentralizado alcanzaría un nivel de equilibrio intertemporal inferior al alcanzado por un arreglo social centralizado a largo plazo. En el primero, los logros educativos de largo plazo establecidos en las metas gubernamentales se ubicarían por debajo del nivel básico de secundaria, mientras que en el segundo se lograría superar estas metas.

Los resultados de las simulaciones sugieren que la ventaja inicial que se deriva del sistema de financiación educativo descentralizado a largo plazo se ve disminuida a medida que los individuos que configuran las diferentes dinastías acceden al mismo sistema de educación formal cuando el gobierno central financia la educación básica en primaria y secundaria. La implicación directa de estos resultados es relevante para la discusión sobre política educativa en Colombia y para la mayoría de los países de América Latina que han venido introduciendo cambios en la estructura de financiamiento de los servicios educativos en condiciones de partida en las que predominan tasas elevadas de desigualdad en la distribución de los ingresos.

Colombia impulsó desde comienzos de la década de 1990 un proceso de descentralización político-administrativa en el suministro de bienes públicos que hoy día todavía no ha proporcionado todos los resultados esperados. A pesar de que en la última década se observan algunos progresos en la escolaridad y en las tasas de matrícula, aún perduran elevados niveles de desigualdad en el acceso a los servicios educativos entre los diferentes grupos de ingresos. Esto indujo a que las posibilidades efectivas de los escolares que provienen de estratos socioeconómicos bajos, de las zonas rurales y de los municipios pobres, sean todavía reducidas

y que la desigualdad en la distribución de los ingresos- medido por un índice de Gini que se ubica alrededor de 0,57- exhiba aún niveles demasiado elevados de concentración.

De acuerdo con los datos de la Procuraduría General de la Nación y la Encuesta de Calidad de Vida del 2003, las diferencias en los promedios educativos entre el primer decil de ingresos y el último es de 7,7 años: mientras que el primero tiene una educación promedio de 4,2 años, el último decil ha alcanzado un valor medio de 11,9 años de escolaridad. Adicionalmente, las cifras del Informe de progreso educativo de Colombia 2006 muestran que los años promedio de educación del rango específico de población entre los 15 y 40 años de edad llegan a los 12,9 años en el decil más rico del país y 6,3 años en el de los más pobres.

Las tasas de asistencia escolar evidencian algunos progresos importantes, aunque todavía persisten niveles de inasistencia entre los 5 y los 17 años de edad que dejan por fuera del sistema educativo a una proporción cercana a 17%. De acuerdo con el Censo general de población del 2005, en este rango de edad (población objetivo de la política educativa) asisten a algún establecimiento educativo 83,3% de la población, cifra que supera en casi 10 puntos porcentuales a la observada en el Censo de 1993 (73,4%), pero que a su vez indica que la población de niños y jóvenes que todavía no asisten a los establecimientos educativos en este rango de edad llega a 1,85 millones.

Los hallazgos derivados de las estimaciones econométricas y de las simulaciones muestran que los estratos socioeconómicos pobres localizados en las áreas metropolitanas del país enfrentan escollos adicionales relacionados con el *background* familiar y la calidad de las vecindades en las que toman sus decisiones de inversión en educación.

La organización del artículo es la siguiente: la sección 1 presenta de manera formal la estructura del modelo, especificando el entorno de modelación y su solución analítica. El modelo planteado en este apartado consta de cuatro módulos: (a) individuos, (b) producción y salarios, (c) producción y riqueza local de capital humano y (d) función de producción de capital humano, cuya solución analítica se expresa mediante estructuras recursivas que permiten comparar los dos modelos de financiamiento. La sección 2 introduce las fuentes estadísticas, algunos hechos estilizados y el cálculo de los parámetros de las simulaciones. La sección 3 evalúa el conjunto de resultados obtenidos y las implicaciones de política educativa. La última sección resume los principales hallazgos del estudio.

El modelo planteado se inscribe en la línea de los modelos introducidos por Glomm y Ravikumar (1992), Bénabou (1996a; 1996b) y Durlauf (1996; 2004); se hace particular hincapié en la presencia de *spillovers* del capital humano y en los efectos complementarios entre individuos y comunidades en las decisiones de inversión educativa. Así mismo, el estudio se apoya en los aportes sobre esquemas de financiación de bienes públicos locales desarrollados por Fernández y Rogerson (2001) y Nechyba (2003).

El argumento común de esta literatura destaca las habilidades parentales y la calidad de los entornos locales como fuentes explicativas de los niveles educativos y de los salarios que pueden obtener los hijos en un modelo dinástico. De manera particular, la presencia de restricciones persistentes limita los espacios de realizaciones individuales y repercute en la distribución futura de los ingresos y,

en consecuencia, afecta las posibilidades efectivas de movilidad social de los más pobres. Así, la dotación de capital humano de los padres determina la escogencia de la comunidad en la que se localizan y, a su vez, la microlocalidad define la calidad educativa y los perfiles de su financiamiento, dando lugar al surgimiento de alguna modalidad de *sorting* socio-económico.

Esta trama argumental refuerza la idea de que la magnitud de las diferencias observadas entre ciudades, áreas metropolitanas y comunidades intraurbanas, están coligadas al papel que desempeñen estos *spillovers* familiares y locales en las trayectorias de acumulación del capital humano. El análisis de la evolución conjunta de esta acumulación de capital humano y su distribución determina trayectorias sensibles a las condiciones iniciales, de tal modo que a largo plazo afectan las tasas de crecimiento de la economía y refuerzan la evolución de la desigualdad agregada de los ingresos (Giannini 1999).

En casos extremos, cuando las economías presentan desigualdades iniciales profundas como es el caso que aquí nos atañe, la senda seguida en el proceso de acumulación puede incluso llevar al surgimiento de trampas de pobreza, de tal manera que aquellos agentes con condiciones iniciales y perfiles socio-económicos similares tienden a permanecer atrapados dentro de comunidades homogéneas y en clústeres separados de baja movilidad social. Esto hace que las generaciones sucesivas converjan rápidamente en el tiempo a estos clústeres induciendo regímenes múltiples en la acumulación de capital humano y reproduciendo de nuevo el rol de las microlocalidades y la educación de los padres.

Un corolario que se desprende de lo anterior apunta a la estrecha relación entre variables de índole microeconómica con variables agregadas, lo que determina el comportamiento de los salarios relativos, el crecimiento y la distribución de los ingresos, y hace que emerja un *trade-off* entre democracia y crecimiento, tal y como lo señalaban Gradstein y Justman (1997), o que induzcan efectos asimétricos de corto y largo plazo sobre las trayectorias de crecimiento de la economía, como lo señala el reporte del Banco Mundial sobre equidad y desarrollo. Este informe del World Bank (2006) precisamente destaca que la distribución de oportunidades y el crecimiento constituyen procesos que se determinan de manera conjunta y por tal razón los esfuerzos para aumentar la igualdad de oportunidades constituyen objetivos no solo deseables, sino necesarios para el mejor desempeño económico de las economías emergentes.

## 1. El modelo

El modelo de Bénabou (1996b) concibe dos regímenes alternativos de organización de la economía: una organización *descentralizada* en la que cada individuo es representativo de su comunidad homogénea y una economía *centralizada* en la que cada comunidad es representativa de la estructura global. La economía está conformada por un conjunto de comunidades con una determinada distribución inicial de los niveles educativos en la fuerza de trabajo local. Cada comunidad cuenta con un nivel de ingreso per cápita que surge de los esfuerzos productivos de la población activa y está dotada de un nivel medio de capital humano que puede corresponder a la media aritmética o geométrica que se deriva de la educación de sus integrantes.

La estructura del modelo consta de cuatro módulos: individuos, producción y salarios, comunidad y riqueza local de capital humano, y el cuarto bloque representa la forma reducida de la función de producción de capital humano con el *background* familiar, los nexos locales y un índice global como argumentos<sup>3</sup>. Este último módulo se concibe y estima en esta investigación como una estructura multinivel que arranca desde los ámbitos locales y culmina con las áreas metropolitanas.

Las comunidades y dinastías se traslapan maximizando una función de utilidad esperada en un horizonte temporal infinito con el consumo como argumento. Los individuos dedican una fracción de su tiempo a trabajar y el tiempo restante lo dedican a la crianza y educación de sus hijos. Los esfuerzos productivos de los individuos en la producción de bienes sustitutos generan ingresos en cada momento en mercados competitivos de tal modo que, de acuerdo con la dotación de capital humano individual, el salario horario de mercado obtenido corresponde al valor de la hora marginal. Por tal razón, la función de producción depende de un índice global de capital humano que resume el conjunto de interacciones dentro de cada área metropolitana o región y de la distribución del capital humano en la fuerza de trabajo total de la economía. La forma reducida de los salarios individuales se expresa en función de este índice global y del capital humano de cada individuo.

El capital humano de los hijos depende del capital humano de sus padres, de la fracción de tiempo que estos dedican a la crianza, de los gastos en escolaridad formal que puede ser financiada con fondos locales o privados, a través de impuestos o fondos propios provenientes de sus ingresos o con recursos nacionales que proceden del sector público. Así mismo, depende del índice global de la economía que intenta captar los efectos de complementariedad en cada área metropolitana. Finalmente, el capital humano de la descendencia también está determinado por un *shock* estocástico que indica el talento innato o el *market luck*, que se supone idéntica e independientemente distribuido.

## 1.1 Entorno de modelación

Siguiendo la estructura modular antes descrita, la formalización del modelo y el conjunto de relaciones que interesa analizar en este artículo se detallan a continuación.

### 1.1.1 Preferencias

Los individuos que pertenecen a una determinada dinastía maximizan la siguiente función de utilidad esperada en el consumo con una tasa de descuento intertemporal  $\rho$ .

---

3 En la línea de Bénabou (1996b), este último bloque incluye el talento innato que normaliza con valor esperado a uno el capital humano inicial que se supone distribuido log-normal. Esto último es crucial para obtener las expresiones del valor medio del capital humano de un individuo  $i$  en la comunidad  $j$ , así como su varianza para una economía descentralizada o centralizada. Esta clase de distribuciones acumuladas permite además deducir fácilmente una estructura recursiva con choques idiosincrásicos a la manera de Glomm y Ravikumar (1992).

$$1.1. \quad \text{Max}_{\{c_t\}_0} U^i = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \ln(c_t^i) \right]$$

Cada individuo trabaja, consume y cría a sus hijos, paga impuestos sobre su renta individual y/o dedica una fracción de su gasto a la provisión privada de educación ( $\tau$ ). La maximización está sujeta, en primer lugar, a dos restricciones: una restricción de consumo en función del ingreso personal disponible; la otra restricción corresponde al salario individual que proviene de su participación en el mercado laboral y que depende del valor de la hora marginal y del tiempo dedicado al trabajo ( $\varphi$ ). Formalmente estas restricciones se expresan a continuación:

$$1.2. \quad c_t^i = (1 - \tau_t^i) y_t^i$$

$$1.3. \quad y_t^i = \varphi_t^i w_t^i$$

El subíndice  $t$  representa el tiempo o los períodos del horizonte de optimización, el superíndice  $i$  denota al individuo en cada dinastía. El superíndice  $j$ , cuando aparezca en alguna de las expresiones, representa a la comunidad  $j$ .

### 1.1.2 Producción y salarios

La tecnología de producción sigue una especificación CES con insumos  $x$  y elasticidad de sustitución  $\sigma$ . El producto agregado de la economía queda expresado en la siguiente ecuación:

$$1.4. \quad Y_t = \left[ \int_0^{\infty} (x_t^r)^{(\sigma-1)/\sigma} dr \right]^{\sigma/(\sigma-1)}$$

El superíndice denota cada uno de los insumos. Los trabajadores se especializan en cada uno de estos insumos y, de acuerdo con su dotación de capital humano, producen a través de:  $X_t^r = \varphi_t^r h_t^r$  y obtienen ingresos laborales según el tiempo dedicado al trabajo y el valor de la hora marginal:

$$1.5. \quad y_t^i = h_t^i (\partial Y_t / \partial h_t^i) = \varphi_t^i w_t^i$$

El valor de la hora marginal se expresa en esta economía competitiva a través de:

$$1.6. \quad w_t^j \equiv p_t^j h_t^j = \left[ \partial Y_t / \partial \varphi_t^j \right]$$

A partir del patrón de especialización de los trabajadores en cada tarea, el producto agregado de la economía puede reescribirse, para el momento  $t$ ,

incorporando de manera explícita el capital humano individual de la generación contemporánea como:

$$1.7. \quad Y_t = \left[ \int_0^{\infty} [\varphi_t^i h_t^i]^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} di \right]^{\sigma/(\sigma-1)}$$

A partir de la última ecuación obtenemos la contribución marginal del capital humano:

$$1.8. \quad (\partial Y_t / \partial h_t^i) = \left[ \int_0^{\infty} [\varphi_t^i h_t^i]^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} di \right]^{\frac{1}{(\sigma-1)}} (\varphi_t^i)^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} (h_t^i)^{\frac{-1}{\sigma}}$$

Teniendo en cuenta la ecuación de ingresos individuales expresada anteriormente y conjugándola con el último resultado podemos reescribirla del siguiente modo:

$$1.9. \quad y_t^i = h_t^i (\partial Y_t / \partial h_t^i) \equiv (Y_t^{\frac{1}{\sigma}}) [\varphi_t^i h_t^i]^{(\sigma-1)/\sigma} \equiv \varphi_t^i w_t^i$$

Ahora bien, otra forma de expresar el producto agregado, teniendo en cuenta la distribución del capital humano en la fuerza de trabajo total ( $G_{t(h)}$ ) y conociendo el valor de equilibrio  $\varphi^*$  es la siguiente:

$$1.10. \quad Y_t = \varphi^* \left[ \int_0^{\infty} h^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} dG_{t(h)} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}} \equiv \varphi^* H_t$$

$$H_t = \left[ \int_0^{\infty} h^{\frac{(\sigma-1)}{\sigma}} dG_{t(h)} \right]^{\frac{\sigma}{(\sigma-1)}}$$

El índice es el agregador de capital humano para la economía como conjunto introducido por (Bénabou 1996b). Este índice capta la complementariedad en la producción y puede verse también como:

$$H_t = [E[h^{(\sigma-1)/\sigma}]^{\sigma/(\sigma-1)}.$$

A partir de lo anterior el ingreso de cada uno de los individuos se puede representar también mediante<sup>4</sup>:

$$1.11. \quad y_t^i = \varphi^* w_t^i = \varphi^* [H_t^{1/\sigma}] [h_t^i]^{(\sigma-1)/\sigma}$$

4 La ecuación se deduce de acuerdo con la siguiente expresión, en la que (1/s) representa el costo de la heterogeneidad en el conjunto de la economía:  $y_t^i = \varphi_t^i w_t^i \equiv [\varphi^* H_t]^{1/\sigma} [\varphi^* h_t^i]^{(\sigma-1)/\sigma} \equiv \varphi^* (H_t^{1/\sigma}) (h_t^i)^{(\sigma-1)/\sigma}$ .

Esta última expresión resume los efectos de la complementariedad a través del capital humano global.

### 1.1.3 Comunidades e ingreso medio

El modelo incluye de manera explícita la existencia de un conjunto de comunidades en cada área metropolitana. El ingreso per cápita de cada una de ellas corresponde al primer momento de la distribución de los ingresos individuales con función de distribución de probabilidad denotada por  $M(y)$ .

De esta manera la ecuación que describe el ingreso medio de la comunidad  $j$  es:

$$1.12. \quad y_t^j = \int_0^{\infty} y_t^j dM_{t(y)}^j$$

De acuerdo con la expresión (1.11), esta última puede reescribirse de la siguiente manera:

$$1.13. \quad y_t^j = \int_0^{\infty} \Phi^* [H_t^{1/\sigma}] [h_t^i]^{(\sigma-1)/\sigma} dG_{t(h)}^i \equiv \Phi^* H_t^{1/\sigma} \int_0^{\infty} (h_t^i)^{(\sigma-1)/\sigma} dG_{t(h)}^i$$

La última expresión integral corresponde a una forma específica del *índice local de capital humano*<sup>5</sup> (donde  $G_{t(h)}^i$  denota la distribución del capital humano en la comunidad  $j$ ).

De acuerdo con los resultados anteriores, el ingreso per cápita de la comunidad  $j$  puede escribirse de manera explícita en función del índice de interacciones locales y del indicador de la economía como conjunto:

$$1.14. \quad y_{t(H,L)}^j = \Phi^* H_t^{1/\sigma} L_t^{(\sigma-1)/\sigma}$$

En un sentido restringido, la ecuación indica que el ingreso per cápita de la comunidad depende de la complementariedad entre trabajadores en la estructura global de la economía y de la provisión de bienes públicos con financiamiento local.

### 1.1.4 Tecnología de producción del capital humano

El capital humano de los hijos, que se denota con el subíndice  $(t+1)$  en la representación dinástica, está determinado por un *shock* estocástico que capta el talento innato o la dotación inicial ( $\xi$ ), el tiempo dedicado por los progenitores (remanente de tiempo respecto al tiempo laboral  $(1-\varphi)$ , el *background* familiar ( $h$ ) y el gasto per cápita en educación ( $E$ ).

5 Este *local linkage* podría tomar otras formas, como por ejemplo la ecuación de una media aritmética.

Una  $L_t^j = \int_0^{\infty} (h_t^i) dG_{t(h)}^i$  forma geométrica a la manera de Borjas (1992; 1995),  $L_t^j = \int_0^{\infty} Ln(h_t^i) dG_{t(h)}^i$  o la for-

ma más completa de agregación  $L_t^j = \left[ \int_0^{\infty} h_t^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} dG_{t(h)}^i \right]^{\varepsilon/(\varepsilon-1)}$  y que hace de la primera un caso particular. El parámetro  $\varepsilon$  determina la curvatura de la función y  $(1/\varepsilon)$  representa las interacciones específicas de la comunidad  $j$ .

$$1.15 \quad h_{t+1}^i = \nu \zeta_t^i [(1-\varphi)h_t^i]^\delta \left[ \bar{E}_t^i \right]^{(1-\delta)}$$

El parámetro  $\delta$  mide la incidencia del *background* familiar y  $\nu$  es un parámetro de escala. La forma funcional introducida supone rendimientos constantes a escala con elasticidad de sustitución unitaria entre el gasto per cápita en educación y el *background* familiar. El valor de este parámetro determina la curvatura de la función de producción del capital humano<sup>6</sup>.

El gasto per cápita en educación dentro de cada comunidad, a su vez, corresponde a una fracción ( $\tau$ ) del ingreso medio de la comunidad. En el caso de financiación con impuestos a la renta local o mediante gasto privado de cada hogar, la expresión pertinente es<sup>7</sup>:

$$1.16 \quad \bar{E}_t^j = \tau^j y_t^j \equiv \tau^j \int_0^\infty y_t^j dM_{t(y)}^j$$

Sustituyendo la expresión (1.14), del ingreso per cápita de la comunidad, en esta última  $\bar{E}_t^j = \tau^j \varphi^j H_t^{j/\sigma} L^{(\sigma-1)/\sigma}$ , y reemplazando el resultado en la ecuación (1.15) se obtiene la forma reducida del capital humano<sup>8</sup>:

$$1.17 \quad h_{t+1}^i = \Theta \zeta_t^i (h_t^i)^\delta (H_t^i)^{(1-\delta)/\sigma} L^{\frac{(\sigma-1)(1-\delta)}{\sigma}}$$

Si los índices global y local correspondieran al primer momento de la distribución del capital humano en la fuerza de trabajo total, ( $G_{t(h_t)}$ ) y de la comunidad

$j$ , ( $G_{t(h_t^j)}$ ):  $\bar{H}_t = \left[ \int_0^\infty (h_t^j) dG_{t(h_t^j)} \right]$  y  $\bar{L}_t = \left[ \int_0^\infty h_t^j dG_{t(h_t^j)} \right]$ , entonces la expresión quedaría expresada de manera simplificada por la ecuación:

6 La inclusión del gasto per cápita es una de las tantas variantes que se identifican en la literatura como *proxy* de la calidad educativa. Card y Krueger (1992) proponen una tecnología de producción de capital humano en la que la calidad se capta a través del número de estudiantes por profesor. La versión de Lucas (1988) toma la forma  $\Delta h_t = E(1-\varphi)h_t$  en la que E denota la calidad de la educación. Glomm y Ravikumar (1992) utilizan la forma  $h_{t+1}^i = \theta(1-\varphi)^\beta E_t^i h_t^{i\delta}$  y distinguen entre los regímenes público y privado. En este último, cada agente asigna su ingreso individual al consumo y la calidad educativa de sus hijos. En el primero, las rentas totales por impuestos determinan la calidad de la educación pública.

7 El caso de financiación con fondos nacionales o metropolitanos impone una tasa única que proviene de un sistema de votación nacional.

8 La ecuación completa deducida es  $h_{t+1}^i = \nu(1-\varphi)^\delta (\tau^j \varphi)^{(1-\delta)} \zeta_t^i (h_t^i)^\delta (H_t^i)^{(1-\delta)/\sigma} L^{\frac{(\sigma-1)(1-\delta)}{\sigma}}$ . Para efectos de notación se escribe  $\nu(1-\varphi)^\delta (\tau^j \varphi)^{(1-\delta)} \equiv \Theta$ , de tal modo que la ley de movimiento del capital humano de la descendencia queda expresada en función del *shock* estocástico, el *background* familiar, el índice de capital humano global (*global linkage*) y de un índice de capital humano local (*local linkage*). En principio, se supone que las tasas  $t$  son exógenas y que entran en el modelo como parámetro. Así, la expresión se reduce a  $\nu(1-\varphi)^\delta (\bar{\pi}^j)^{(1-\delta)} \equiv \Theta$ . Cabe anotar que en otro tipo de modelos es necesario endogenizar su determinación.

$$1.18 \quad h_{t+1}^i(\xi_t^i, h_t^i, H_t, L; \Theta) = \Theta \xi_t^i (h_t^i)^\delta (H_t L_t)^{(1-\delta)}$$

A partir de la tecnología de producción se imponen dos regímenes alternativos de acumulación: un régimen descentralizado en el que cada uno de los individuos es representativo de su comunidad homogénea y otro régimen en el que cada comunidad es representativa de la estructura global de la economía. Mientras que el primero implica una organización estratificada en comunidades homogéneas ( $L_j = h_i \in j, \forall j$ ) en la que las diferencias intrametropolitanas provienen de los rasgos distintivos de las familias, el segundo implica la irrigación simétrica de las externalidades de los bienes públicos en el conjunto de la economía (todos participan del mismo nivel de externalidad local,  $L_j = H$ ).

Utilizando circunflejos para denotar un régimen integrado, las funciones de producción de capital humano y la estructura dinámica deducida para los dos sistemas se expresan en el cuadro 1<sup>9</sup>.

**Cuadro 1.** Estructura del modelo

Régimen descentralizado	Régimen descentralizado
<b>Tecnología de producción del capital humano</b>	
$h_{t+1}^i(\xi_t^i, h_t^i, H_t, L; \Theta) = \Theta \xi_t^i [h_t^i]^{\delta + \frac{(\sigma-1)(1-\delta)}{\sigma}} [H_t]^{(1-\delta)/\sigma}$ $h_{t+1}^i(\xi_t^i, h_t^i, H_t, L; \Theta) = \Theta \xi_t^i [h_t^i]^{\alpha+\beta} [H_t]^\gamma$	$\hat{h}_{t+1}^i(\hat{\xi}_t^i, \hat{h}_t^i, \hat{H}_t, \hat{L}; \Theta) = \Theta \xi_t^i (\hat{h}_t^i)^\delta (\hat{H}_t)^{(1-\delta)/\sigma} \hat{L}^{\frac{(\sigma-1)(1-\delta)}{\sigma}}$ $\hat{h}_{t+1}^i(\hat{\xi}_t^i, \hat{h}_t^i, \hat{H}_t, \hat{L}; \Theta) = \Theta \xi_t^i (\hat{h}_t^i)^\alpha (\hat{H}_t)^\gamma \hat{L}^\beta$
<b>Distribución log-normal del capital humano</b>	
$\text{Ln}(h_t^i) \approx N(m_t, \Delta_t^2)$ $\text{Ln}(\xi_t^i) \approx N\left(-\frac{s^2}{2}, s^2\right); \quad E[\xi_t^i] = 1$	
<b>Dinámica de la dotación per cápita del capital humano*</b>	
$m_{t+1} = \text{Ln}(\Theta) - \frac{s^2}{2} + (\alpha + \beta + \gamma)m_t + \gamma((\sigma-1)/\sigma) \frac{\Delta_t^2}{2}$	$\hat{m}_{t+1} = \text{Ln}(\Theta) - \frac{s^2}{2} + (\alpha + \beta + \gamma)\hat{m}_t + [\gamma((\sigma-1)/\sigma) + \beta((\varepsilon-1)/\varepsilon)] \frac{\hat{\Delta}_t^2}{2}$
<b>Ecuaciones de movimiento de la desigualdad</b>	
$\Delta_{t+1}^2 = s^2 + (\alpha + \beta)^2 \Delta_t^2$ $\Delta_t^2 = [\Delta_0^2 - \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2}] (\alpha + \beta)^{2t} + \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2}$	$\hat{\Delta}_{t+1}^2 = \alpha^2 \hat{\Delta}_t^2 + s^2$ $\hat{\Delta}_t^2 = [\hat{\Delta}_0^2 - \frac{s^2}{1 - \alpha^2}] (\alpha)^{2t} + \frac{s^2}{1 - \alpha^2}$
<p>* La estructura matricial del sistema recursivo completo y la deducción de las ecuaciones de movimiento para <math>m_t</math> pueden apreciarse en el anexo 1</p>	

**Fuente:** elaboración propia.

9 Recordar que el parámetro  $\delta$  mide la incidencia del *background* familiar y  $\sigma$  la elasticidad de sustitución. Así mismo,  $\Theta = v(1-\varphi)^\delta (\tau_i \varphi)^{(1-\delta)}$ . Para efectos de simplificación en la notación, se reescribe  $\delta = \alpha$ ;  $[(\sigma-1)(1-\delta)/\sigma] = \beta$  y  $[(1-\delta)/\sigma] = \gamma$ , de tal manera que  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  capturan la importancia relativa del *background* familiar, las interacciones locales y los efectos de complementariedad global, respectivamente.

Glomm y Ravikumar (1992) y Bénabou (1996b) suponen una distribución log-normal<sup>10</sup> del capital humano y normalizan los *shocks* individuales ( $\xi_t$ ), permitiendo así deducir un sistema recursivo que introduce los rasgos distintivos de cada individuo (*idiosyncratic shocks*). La desigualdad inicial se expresa mediante  $s^2$  (que corresponde a la  $\text{var}(\text{Ln}(\xi))$ ).

Los valores esperados y las varianzas configuran una estructura dinámica con ecuaciones en diferencias de primer grado, cuyas soluciones explícitas se deducen en el anexo 1, conjuntamente con la desviación del equilibrio, la velocidad de convergencia o divergencia y los niveles de equilibrio intertemporal que se desprenden de la solución recursiva de las varianzas. En el cuadro 1 se resumen los principales resultados que se deducen de la solución analítica.

## 1.2 Trayectorias dinámicas

La estructura recursiva bajo los dos regímenes alternativos proporciona los elementos necesarios para evaluar las consecuencias sobre las trayectorias de acumulación y el crecimiento potencial de la economía.

Es preciso anotar que el capital humano de los padres y los recursos disponibles de la comunidad son complementarios en el modelo. Esta complementariedad hace que las inversiones en educación formal (por ejemplo, los recursos de inversión local o estatal en dotación de infraestructura, programas de mejoramiento de la calidad educativa y los gastos privados directos de los hogares, etc.) establezcan una relación creciente con el nivel de capital humano de la familia (el retorno marginal de cada unidad de gasto crece con el *background* familiar). Si  $(\alpha+\beta) < 1$ , en el límite  $(\alpha+\beta)^{2t}$  tiende a cero y, en consecuencia, el valor estacionario tomará la forma:

$$\Delta_{\infty}^2 = \frac{s^2}{1-(\alpha+\beta)^2}$$
 en un régimen descentralizado. En el caso centralizado el

valor será:  $\hat{\Delta}_{\infty}^2 = \frac{s^2}{1-\alpha^2}$ , que corrobora  $\Delta_t^2 \gg \hat{\Delta}_t^2$ ; la evolución de la dispersión en la distribución del capital humano en un régimen descentralizado resultará mayor que la observada en un régimen centralizado, lo que refuerza así la desigualdad futura de las capacidades productivas de los individuos y de las familias.

10 Una propiedad importante de la log-normal es su asimetría; sin embargo, a medida que la desviación estándar disminuye gana en simetría. Cuando esta desviación se acerca a la unidad se asemeja a una distribución exponencial negativa y cuando la desviación es inferior a 0,2 se aproxima a la distribución normal. Otra propiedad es que la mediana depende únicamente del valor medio de la distribución. Finalmente, el soporte de la distribución es tal que  $x \in [0, \infty+)$

En vista de que el agregador de capital humano en la economía toma la forma específica CES,  $H_t = [E[h^{(\sigma-1)/\sigma}]]^{\sigma/(\sigma-1)}$ , entonces, bajo el supuesto de distribución log-normal

$$\ln(h_t^i) \approx N(m_t, \Delta_t^2)$$

y de acuerdo con las propiedades de la función de distribución se llega a:

$$1.19 \quad h_t^i \approx \text{LogNorm}(e^{m_t + \Delta_t^2/2}, e^{2m_t + \Delta_t^2} (e^{\Delta_t^2} - 1))$$

Así, la ecuación del capital humano agregado puede representarse de la siguiente forma:

$$1.20 \quad H_t = E[h_t^i] e^{-\Delta_t^2/2\sigma} < E[h_t^i]$$

Este resultado demuestra que la heterogeneidad en el ámbito global de la economía implica un factor de costo equivalente a  $e^{-\Delta_t^2/2\sigma}$  que opera sobre el capital humano per cápita. La transformación de esta última expresión en logaritmos lleva al siguiente resultado:

$$1.21 \quad \ln(H_t) = m_t + \frac{\Delta_t^2}{2} - \frac{\Delta_t^2}{2\sigma} \equiv m_t + \frac{\Delta_t^2}{2} \frac{(\sigma-1)}{\sigma}$$

Un razonamiento análogo al anterior permite ahora dilucidar cuál es el costo de la heterogeneidad en el ámbito local. Como el índice de interacciones

locales también toma una estructura CES, entonces, bajo los mismos supuestos se demuestra que:

$$L_t^j = \left[ \int_0^\infty h_t^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} dG_{t(h)} \right]^{\varepsilon/(\varepsilon-1)} \equiv [E[h_t^{(\varepsilon-1)/\varepsilon}]]^{\varepsilon/(\varepsilon-1)},$$

$$1.22 \quad L_t^j = E[h_t^i] e^{-\hat{\Delta}_t^2/2\varepsilon} < E[h_t^i]$$

El factor de costo de la heterogeneidad local queda resumido en la expresión:  $e^{-\hat{\Delta}_t^2/2\varepsilon}$ <sup>11</sup>.

Los resultados obtenidos hasta el momento proporcionan una respuesta inicial al interrogante de cuán costosa es la dispersión de la dotación de capital humano para la economía como conjunto y en los ámbitos locales.

11 Como puede observarse, los índices de capital humano global y local no corresponden a la media aritmética (capital humano per cápita),  $E[h_t^i] = \int_0^\infty h_t^i dG_{t(h)}$ , sino que está ajustado por los factores de costo deducidos en el modelo. Este resultado sugiere que la utilización de promedios simples de la escolaridad como indicador del capital humano agregado, tal y como lo hacen Barro y Lee (1993), presenta algunos inconvenientes por varias razones: i) supone que la mano de obra en cada categoría educativa son sustitutos perfectos con trabajadores de otros sectores, (ii) supone proporcionalidad entre los diferenciales de productividad y los niveles, (iii) mantiene constantes las elasticidades de sustitución y (iv) no considera los diferenciales de calidad educativa y dotación de infraestructura en los ámbitos locales. Esto implica que un trabajador con 16 años de escolaridad es 16 veces más productivo que otro con 1 año de escolaridad [ver el trabajo de Mulligan y Sala-i-Martin (2000), en el que formulan varias alternativas como los agregadores *translog* y los índices de *divisia* para superar los inconvenientes mencionados].

Cabe anotar que la utilización de agregadores cóncavos<sup>12</sup> permite capturar los efectos de retraso o freno inducidos por los individuos con los niveles más bajos de capital humano o, por el contrario, los efectos de empuje o progreso inducido por los agentes más avanzados o con mayor dotación de capital humano<sup>13</sup>.

Ahora bien, la exploración de la estructura recursiva, deducida en el anexo 1 y resumida en el cuadro 1, cuando hay rendimientos constantes a escala en la función de producción del capital humano ( $\alpha+\beta+\gamma = 1$ ), muestra que la esperanza matemática de la economía descentralizada en el momento  $(t+1)$  es

$$1.23 \quad m_{t+1} = Ln(\Theta) - \frac{s^2}{2} + m_t + \gamma((\sigma - 1)/\sigma) \frac{\Delta_t^2}{2}$$

Y, para la economía centralizada esta expresión toma la forma:

$$1.24 \quad \hat{m}_{t+1} = Ln(\Theta) - \frac{s^2}{2} + \hat{m}_t + [\gamma((\sigma - 1)/\sigma) + \beta((\varepsilon - 1)/\varepsilon)] \frac{\hat{\Delta}_t^2}{2}$$

Adicionalmente, como  $(\alpha+\beta) < 1$ , el nivel de equilibrio intertemporal de la dispersión es  $\Delta_\infty^2 = \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2}$  en una sociedad desigual. Como la dotación per cápita se deriva de su distribución individual:

$$h_t^i \approx LogNorm(e^{m_t + \Delta_t^2/2}, e^{2m_t + \Delta_t^2} (e^{\Delta_t^2} - 1)),$$

entonces la expresión del capital humano medio para los dos regímenes puede escribirse ahora de la siguiente manera:

$$1.25 \quad \begin{aligned} \bar{h}_t &= \int_0^\infty h_t^i dG_{t(h_i)} \equiv e^{m_t + \Delta_t^2/2} \Rightarrow Ln(\bar{h}_t) = m_t + \Delta_t^2/2 \\ \hat{h}_t &= \int_0^\infty \hat{h}_t^i dG_{t(\hat{h}_i)} \equiv e^{\hat{m}_t + \hat{\Delta}_t^2/2} \Rightarrow Ln(\hat{h}_t) = \hat{m}_t + \hat{\Delta}_t^2/2 \end{aligned}$$

La evolución del capital humano per cápita queda determinado así por las secuencias  $\{m_t\}_{t=0}^\infty$  y  $\{\Delta_t^2\}_{t=0}^\infty$ . Estas dos secuencias, a su vez, provienen de la solución del sistema recursivo, tal y como se pudo apreciar en el cuadro 1 y en el anexo 1.

Una vez determinadas estas secuencias,  $\left\{ \{m_t, \hat{m}_t\}, \{\Delta_t^2, \hat{\Delta}_t^2\}, \{\bar{h}_t, \hat{h}_t\} \right\}_{t=0}^\infty$ , para los dos regímenes, mediante un ejercicio de inducción hacia atrás queda determinado el

12 Diferentes a los agregadores que utiliza Borjas (1992; 1995) y que de acuerdo con Bénabou (1996b) introducen un sesgo a priori en los resultados.

13 Una tecnología convexa, por su parte, implica que el componente más avanzado o con mayor dotación de capital humano en la distribución total o local sea el eje principal que empuje o, por el contrario, que decline la productividad de la economía. En los agregadores cóncavos, tal y como lo señala Bénabou (1996b),  $1/\sigma$  y  $1/\varepsilon$  y determinan el costo de la heterogeneidad global y local respectivamente, de tal modo que en lo local, por ejemplo, se podría captar si una manzana mala daña a todas las demás (*peer effects*) o si, por el contrario, los mejores individuos imponen el estándar (*role models*). De ahí, la importancia de las colas en la distribución del capital humano.

comportamiento global del sistema dinámico, así como la brechas entre los dos regímenes alternativos en la acumulación de capital humano de las diferentes dinastías. La siguiente ratio expresa formalmente la magnitud de la brecha entre el modelo centralizado y el descentralizado:

$$1.26 \quad \left[ \frac{\hat{h}}{\bar{h}} \right] = \frac{e^{\hat{m}_t + \hat{\Delta}_t^2 / 2}}{e^{m_t + \Delta_t^2 / 2}} \Rightarrow \ln \frac{\hat{h}}{\bar{h}} = (\hat{m}_t - m_t) + (\hat{\Delta}_t^2 - \Delta_t^2) / 2$$

Finalmente, el índice de capital humano y el producto total se expresan en las dos ecuaciones siguientes:

$$1.27 \quad H_{t(m, \Delta, \sigma)} = e^{\frac{m_t + \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2} (\sigma - 1) / 2 \sigma}$$

$$1.28 \quad Y_t = \phi^* H_{t(m, \Delta, \sigma)}.$$

Estos hallazgos aportan una intuición de suma importancia para los experimentos de política educativa y la evaluación de sistemas alternativos de financiación de la educación.

## 2. Datos y métodos

La parametrización del modelo se realiza con datos provenientes de las Encuestas de Calidad de Vida de Colombia y considera la estimación de una función de producción del capital humano para la economía colombiana con una muestra representativa de 6,560 individuos localizados en las principales áreas metropolitanas del país.

Para llevar a cabo los ejercicios de simulación se estima inicialmente la función de producción de capital humano que proporciona algunos de los parámetros relevantes. El modelo incluye variables asociadas al *background* familiar, un vector de variables individuales y un indicador de la proporción de individuos con alta educación o baja educación. La variable dependiente es el logaritmo natural de los años de escolaridad de los perceptores de ingresos salariales de la muestra. El modelo econométrico utiliza una estrategia multinivel<sup>14</sup> en la que los individuos están anidados en 370 vecindades y estas en 7 áreas metropolitanas. La especificación considera un término aleatorio de error compuesto. Las variables explicativas se agrupan en dos vectores: el conjunto de regresores asociados al *background* familiar en el que se incluyen los niveles educativos de los padres [EP, ES y ESU], tomando

14 Se optó por la estrategia jerárquica en esta parte con el fin de superar algunos inconvenientes que se derivan de las estimaciones tradicionales cuando trabajamos con individuos agrupados en clústeres. Es reconocido, desde Moulton (1990), que la presencia de efectos no observables directamente requiere un tratamiento especial que logre superar los sesgos de estimación de los métodos usuales. Cuando se intenta esclarecer la incidencia de variables agregadas sobre variables de respuesta individuales o los individuos se encuentran anidados en agrupaciones como comunidades, etnias o escuelas, en los que aparecen efectos de grupo, la literatura estadística recomienda utilizar métodos jerárquicos. Una excelente y completa referencia de los procedimientos, técnicas y limitaciones se puede encontrar en Goldstein (1999) y en el libro de Hox (2002). Las últimas versiones de *Stata* incluyen un módulo adicional *multilevel mixed-effects linear regression* que permite estimar algunas variantes de estos modelos.

como referencia ningún grado de educación<sup>15</sup> y el origen o procedencia de zonas urbanas o rurales del país (ORIG). Adicionalmente, en este vector de variables se incluyeron variables propias del hogar como el tamaño (medido en número de personas, TH) y un indicador de pobreza (POBR) a partir de la línea de pobreza proporcionada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística de Colombia. (DANE). El segundo bloque de regresores controla las corridas econométricas por un conjunto de variables individuales como la edad, el sexo (tomando como referencia a las mujeres). Finalmente, se incluye un indicador de la proporción de trabajadores calificados y no calificados (HH/LH) con el propósito de obtener alguna estimación de la magnitud de los *spillovers* locales.

$$1.29 \quad Ln(S_{ijm}) = C_o + \beta_1 EP_{i-1} + \beta_2 ES_{i-1} + \beta_3 ESU_{i-1} + \beta_4 ORIG_{i-1} + \omega_1 TH_j + \omega_2 POBR_j + \psi_1 EDAD_i + \Psi_2 SEX_{ii} + \pi(HH / LH) + (\eta_{je}^* + u_{ijic})$$

El subíndice  $(i-1)$  indica la generación de los padres,  $j$  las vecindades,  $i$  los individuos contemporáneos,  $m$  las áreas metropolitanas. Los parámetros  $\beta_s$  captan los impactos diferenciales de las habilidades parentales para cada uno de los niveles respecto al de referencia.

**Cuadro 2.** Estimaciones de la función de producción de capital humano

Variable dependiente: logaritmo natural de los años estudiados						
Regresores	Coef.	Std, Err.	z	P>z	95% Conf Interval	
<b>Educación de los padres</b>					<i>Lim inf</i>	<i>Lim su</i>
Primaria (EP <sub>i-1</sub> )	0,1345	0,0135	10,0000	0,0000	0,1082	0,1609
Secundaria (ES <sub>i-1</sub> )	0,2533	0,0192	13,1700	0,0000	0,2156	0,2910
Superior (ESU <sub>i-1</sub> )	0,3138	0,0320	9,8100	0,0000	0,2511	0,3765
<b>Origen de los padres (ORIG<sub>i-1</sub> urbano = 1)</b>	0,2418	0,0163	14,8300	0,0000	0,2098	0,2737
Edad (EDAD <sub>i</sub> )	-0011	0,000	-27,620	0,0000	-0,012	-0,010
Sexo (SEX <sub>i</sub> hombre = 1)	0,030	0,012	2,560	0,010	0,007	0,053
<b>Personas en el hogar (TH<sub>f</sub>)</b>	-0,0064	0,0030	-2,1400	0,0320	-0,0123	-0,0005
<b>Pobre por línea de pobreza (POBR<sub>f</sub> = 1)</b>	-0,1887	0,0151	-12,490	0,0000	-0,2183	-0,1591
<b>Comunidad local</b>						
Ratio calificados/no calificados (HH/LH) <sub>j</sub>	0,032	0,002	15,060	0,000	0,028	0,036
<b>Constante</b>	1,997	0,035	57,79	0,000	1,930	2,065
<i>Random-effects</i>	<i>Param</i>	<i>Std.</i>			<i>Lim inf</i>	<i>Lim su</i>
Áreas metropolitanas	0,0467	0,0185			0,0214	0,1015
Comunidades	0,1758	0,0096			0,1579	0,1957
Sd (Residual)	0,4642	0,0042			0,4561	0,4725
chi2 =	395,05	Prob >	0,0000			
Número de observaciones 6560; Wald chi2 2061,04; Log restricted-likelihood = -4540,8273 Prob > chi2 = 0,0000; Log restricted-likelihood = 4540,8273 Prob>Chi2 = 0,0000.						

**Fuente:** estimaciones propias a partir de la Encuesta de Calidad de Vida de Colombia.

15 La base original no proporciona el número de años estudiados sino el nivel alcanzado por los padres.

Las estimaciones efectivamente muestran que la educación de los padres desempeña un rol importante en el proceso de acumulación de capital humano de los hijos, los impactos diferenciales estimados mediante los coeficientes de primaria, secundaria y superior resultaron estadísticamente significativos. El origen urbano o rural de los padres también resultó significativo y con un impacto diferencial de los primeros relativamente alto.

El entorno de modelación y la programación del modelo propuesto utilizan el lenguaje orientado a objetos a partir de las estructuras recursivas deducidas previamente y los valores iniciales observados en la base de datos. Los pasos de integración se hacen mediante el algoritmo de Runge-Kutta. La interfaz del diseño permite evaluar los cambios en las trayectorias cuando se introducen modificaciones a los parámetros (análisis de sensibilidad).

Las elasticidades de sustitución utilizadas en los modelos de simulación se calcularon a partir de la información de largo plazo contenida en las Encuestas Nacionales de Hogares.

### **3. Resultados de las simulaciones**

A continuación, se presentan los principales hallazgos que se derivan de los ejercicios de simulación.

#### **3.1 La importancia de las condiciones iniciales**

Teniendo en cuenta la normalización de los choques idiosincrásicos,

$$\text{Ln}(\xi_t^i) \approx N\left(-\frac{s^2}{2}, s^2\right); \quad E\left[\xi_t^i\right] = 1$$

así como la distribución del capital humano de los padres:

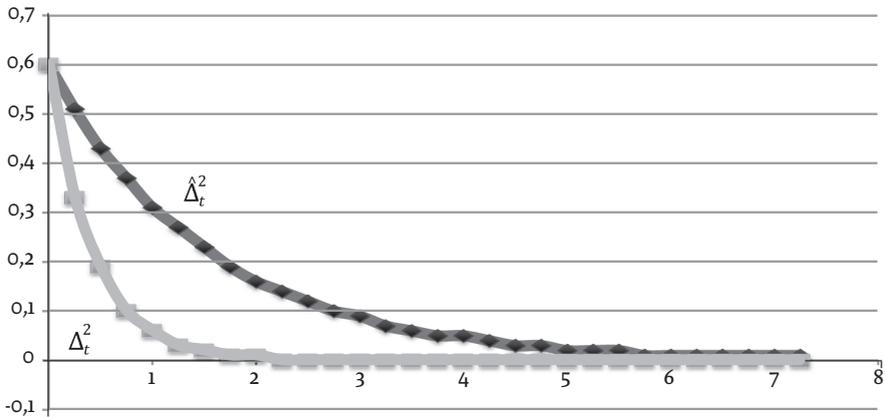
$$\text{Ln}(h_0^i) \approx N(m_0, \Delta_0^2)$$

y suponiendo, en un primer ejercicio de simulación que no existe desigualdad inicial,  $s^2 = 0$ , se halla que la dinámica de los dos regímenes converge hacia el mismo nivel de equilibrio de largo plazo. La trayectoria de la brecha (entre los dos regímenes alternativo centralizado/descentralizado) de la dotación per cápita de capital humano aumenta en los dos primeros períodos y luego declina suavemente hasta eliminarse en el décimo período de simulación. La gráfica 1 de dispersión y la gráfica 2 de trayectorias muestran que si los individuos son estrictamente homogéneos en la dotación inicial de habilidades, el nivel educativo de equilibrio a largo plazo es el mismo.

Un segundo ejercicio de simulación muestra que cuando se introduce algún grado de desigualdad inicial,  $s^2 > 0$  (individuos heterogéneos en la dotación inicial de talentos), el crecimiento de la economía centralizada excede el crecimiento de largo plazo de la economía descentralizada, tal y como se puede ver en las gráficas 3 y 4. Se aprecia que la ratio aumenta, indicando así que la evolución de la dotación media de capital humano del primer régimen de financiación de los servicios educativos supera los valores del segundo. Este resultado deja ver las posibles consecuencias negativas de largo plazo que tienen la segregación

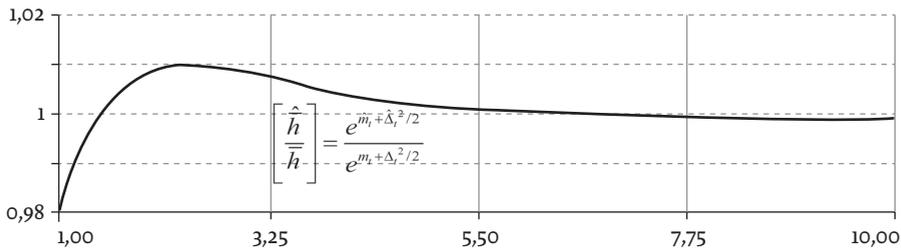
residencial, el *sorting* y los regímenes de financiación descentralizada en el largo plazo cuando los agentes tienen condiciones iniciales disímiles y prevalecen niveles elevados de desigualdad.

**Gráfica 1.** Trayectorias de la dispersión obtenidas en la simulación (varianzas)



Fuente: elaboración propia.

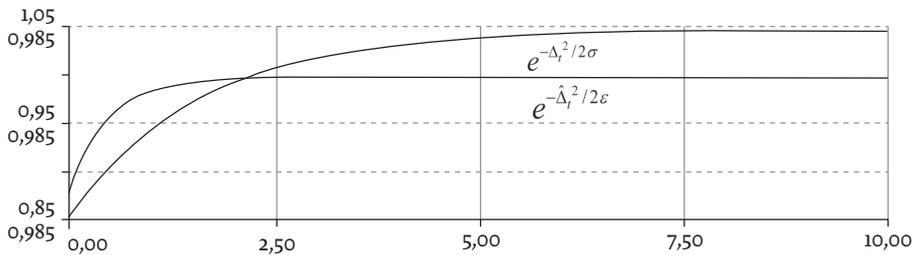
**Gráfica 2.** Trayectorias de la brecha en la dotación per cápita de KH



\*Recordar que en la notación el circunflejo se refiere al régimen centralizado.

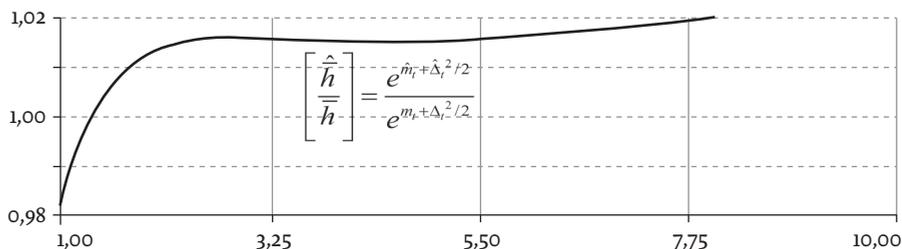
Fuente: elaboración propia.

**Gráfica 3.** Costos de la heterogeneidad



Fuente: elaboración propia.

**Gráfica 4 . Trayectoria de la brecha**



**Fuente:** elaboración propia.

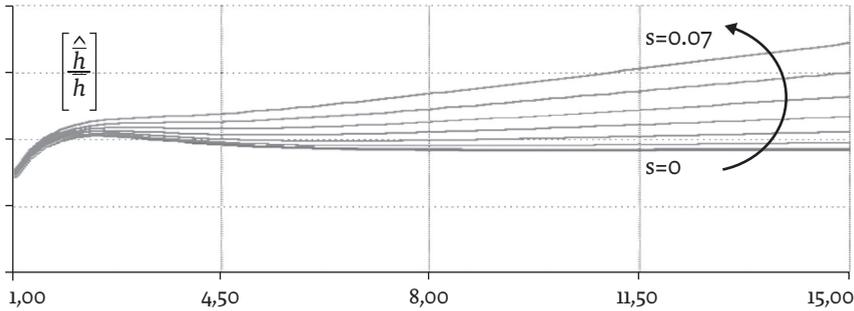
Los hallazgos obtenidos sugieren que en condiciones de desigualdad inicial a largo plazo es más eficiente un arreglo económico y social centralizado que un arreglo descentralizado en el suministro de los bienes públicos. La ventaja inicial que se deriva de un sistema de financiación educativa descentralizado en el que los recursos provienen de las tasas impositivas locales o de los recursos propios de las familias, a largo plazo se ve disminuida a medida que los individuos que configuran las diferentes dinastías acceden al mismo sistema de educación formal, bajo un régimen en el que el gobierno central financia los servicios educativos. Los ejercicios de simulación detectan un efecto de nivel a largo plazo en la comparación de los dos regímenes, de tal manera que con los parámetros utilizados el arreglo social descentralizado alcanzaría un nivel de equilibrio intertemporal de aproximadamente 8 años de educación en promedio, mientras que el arreglo social centralizado llegaría a los 12 años en el largo plazo<sup>16</sup>.

Una implicación directa de estos resultados es que bajo el primer régimen los logros educativos de largo plazo se ubicarían por debajo de la meta constitucional de 9 años —que equivalen al nivel básico de secundaria— establecido desde comienzos de 1991 en Colombia; mientras que bajo el segundo régimen se lograría superar con holgura esta meta.

La gráfica 5 muestra la sensibilidad del modelo ante diferentes condiciones iniciales (*s*). Los resultados sugieren de nuevo que en sociedades heterogéneas en la dotación inicial de habilidades, como es el caso que nos atañe, los regímenes centralizados son más eficientes a largo plazo. Esto es, en las condiciones de desigualdad de una sociedad como la colombiana los impactos de largo plazo que se derivan de un modelo descentralizado —en el que las familias financian de manera privada la educación de sus hijos, partiendo de situaciones dispares en las capacidades de financiamiento— conducen a la ampliación de la brecha entre ricos y pobres. Por tal razón, en estas circunstancias resultaría más adecuado fortalecer la capacidad de financiación del gobierno central, el cual traería mayores beneficios a largo plazo para la sociedad como conjunto.

16 Los parámetros básicos de estas simulaciones son los siguientes:  $\alpha=0,31$ ,  $\beta=0,41$ ;  $\gamma=0,28$ ;  $\tau=0,10$ ;  $\sigma=2,5$ ;  $\varepsilon=2,3$ . La fracción de tiempo en actividades laborales supuesta es  $\varphi=0,7$ .

**Gráfica 5 .** Sensibilidad de la ratio ante diferentes niveles iniciales de desigualdad (s)



Nota: las trayectorias se definen con desigualdad inicial  $s = 0$  y con incrementos sucesivos de 0,01 hasta 0,07 en el sentido indicado por la flecha curvada.

**Fuente:** elaboración propia.

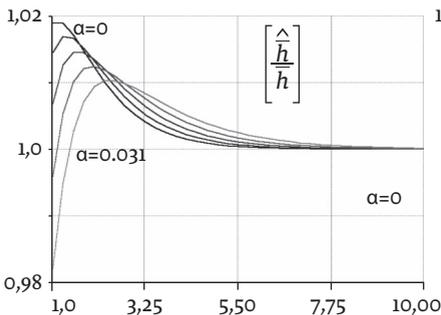
### 3.2 La incidencia del background familiar

Los ejercicios de simulación dejan ver claramente que la sensibilidad de las trayectorias de acumulación del capital humano ante pequeños cambios en la importancia relativa de la educación de los padres se refleja en el tiempo necesario para empezar a eliminar la brecha de largo plazo entre los dos regímenes.

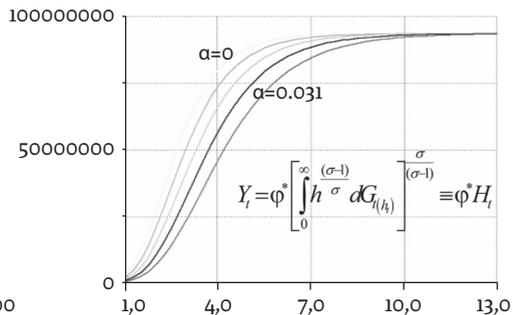
Inicialmente, sin considerar choques idiosincrásicos ( $s^2 = 0$ ), las trayectorias dinámicas del *gap* (gráfica 6), cuando  $\alpha$  varía entre  $[0, 0,31]$  de acuerdo con la ecuación de la producción del capital humano de los hijos estimada previamente, se describen las curvas del diagrama de la izquierda. El mismo ejercicio de simulación, pero ahora evaluando sus repercusiones sobre el producto agregado de la economía, muestra que el nivel de convergencia de largo plazo en los dos regímenes es el mismo, aunque con diferentes ritmos (gráfica 7).

Ahora bien, si en estos ejercicios incluyésemos adicionalmente algún tipo de choque idiosincrásico o desigualdad inicial en la dotación de habilidades,

**Gráfica 6 .** Evolución de la brecha



**Gráfica 7 .** Efectos sobre el producto agregado



Nota: sensibilidad ante cambios en  $\alpha$  que pasa de 0 a 0,031 en incrementos de 0,07.

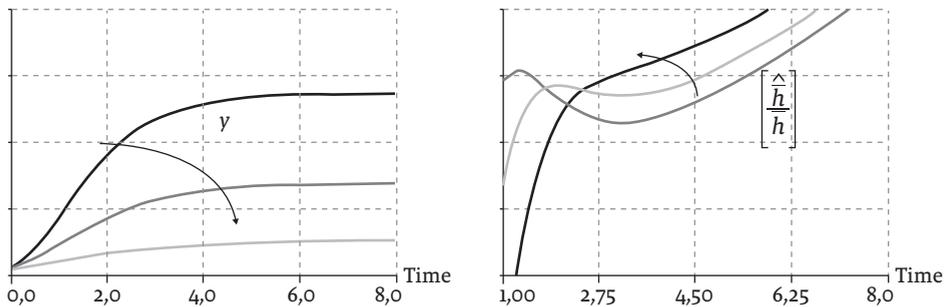
**Fuente:** elaboración propia.

los impactos sobre el producto total se reflejarían en los niveles de largo plazo alcanzados.

La gráfica 8 deja apreciar claramente que con desigualdad inicial ( $s^2 > 0$ ) y diferentes valores del parámetro  $\alpha$  (incidencia del *background* familiar) el impacto a largo plazo sobre el producto agregado es negativo. Las tres curvas y su desplazamiento indican que a medida que aumenta el valor de  $\alpha$  la desigualdad se refuerza. En los primeros periodos de la simulación, el régimen descentralizado predomina pero, a largo plazo, el régimen centralizado se impone.

**Gráfica 8. (a).** Impactos conjuntos de la desigualdad inicial y de los cambios en el *background* familiar sobre el producto agregado de la economía

**Gráfica 8. (b).** Impactos conjuntos de la desigualdad inicial ( $s$ ) y de los cambios en el *background* familiar sobre el *gap* de los dos regímenes



Fuente: elaboración propia.

## 4. Conclusiones

El modelo de generaciones traslapadas permitió confrontar las diferencias en las trayectorias de acumulación del capital humano cuando la educación se financia de manera descentralizada, frente a un régimen centralizado. Los resultados de las simulaciones dinámicas permitieron apreciar que cuando los individuos son estrictamente homogéneos en la dotación inicial de habilidades, el nivel educativo de equilibrio a largo plazo es el mismo bajo los dos regímenes.

Cuando se introduce algún grado de desigualdad inicial, el crecimiento de la economía integrada (régimen centralizado) excede el crecimiento de largo plazo de la economía segregada (régimen descentralizado) y la evolución de la dotación media de capital humano del primero supera los valores alcanzados por el régimen descentralizado. Este resultado sugiere que la existencia de condiciones iniciales demasiado disímiles repercute negativamente en la evolución de la economía a largo plazo.

Las simulaciones mostraron un efecto de nivel a largo plazo en la comparación de los dos regímenes: de acuerdo con los parámetros utilizados el arreglo social descentralizado alcanzaría un nivel de equilibrio intertemporal de aproximadamente 8 años de educación en promedio, mientras que el arreglo social centralizado llegaría a los 12 años en el largo plazo. La implicación de estos hallazgos para Colombia indica que bajo el primer régimen los logros educativos

de largo plazo se ubicarían por debajo del nivel básico de secundaria, mientras que bajo el segundo régimen se lograría converger a niveles más altos.

Finalmente, la sensibilidad de las trayectorias de acumulación del capital humano ante pequeños cambios en el parámetro relacionado con el *background* familiar se refleja en el tiempo necesario para alcanzar los niveles de convergencia en los niveles educativos.

Aunque estos resultados son sensibles a las magnitudes paramétricas utilizadas y a los supuestos subyacentes a la estructura del modelo, sugieren una vez más que la financiación pública de la educación genera beneficios importantes a largo plazo en términos de equidad. Este hallazgo controvierte las prescripciones de política que con frecuencia se esgrimen a favor de una mayor privatización de los servicios educativos en Colombia y que se expresan en la introducción de modelos de financiamiento por el lado de la demanda en medio de un mercado educativo de alta fragmentación en sus calidades, en el cual los servicios educativos de calidad operan con la lógica de un bien de club que es excluyente en el consumo para aquellos que presentan desventajas en sus condiciones iniciales y en la dotación de recursos.

## 5. Referencias bibliográficas

- Barro, Robert y Jong-Wha Lee. «International Comparisons of Educational Attainment». *Journal of Monetary Economics*, n° 32, 1993: 363–394.
- Bénabou, Roland. «Equity and Efficiency in Human Capital Investment: The Local Connection». *Review of Economic Studies*, Vol. 63, n° 2, 1996a: 237-264.
- Bénabou, Roland. «Heterogeneity, Stratification, and Growth: Macroeconomic Implications of Community Structure and School Finance». *American Economic Review*, Vol. 86, n° 3, 1996b: 584-609.
- Borjas, George. «Ethnic Capital and Intergenerational Mobility». *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, n° 1, 1992: 123-150.
- Borjas, George. «Ethnicity, Neighbourhoods, and Human Capital Externalities». *American Economic Review*, Vol. 85, n° 3, 1995: 365-390.
- Brock, William y Steven Durlauf. «Discrete choice with social interactions». *Review of Economic Studies*, n° 68, 2001: 235–60.
- Card, David. «Estimating the Return to Schooling: Progress on some Persistent Econometric Problems». *NBER Working Paper* n° 7769, 2000.
- Card, David y Alan Krueger. «Does School Quality Matter? Returns to Education and the Characteristics of Public Schools in the U.S.». *Journal of Political Economy*, n° 100, 1992: 1-40.
- Durlauf, Steven. «A Theory of Persistent Income Inequality». *Journal of Economic Growth*, Vol. 1, n° 1, 1996: 75-93.
- Durlauf, Steven. «Neighbourhood Effects». En *Handbook of Regional and Urban Economics* Vol. 4, editado por Vernon Henderson y Jacques François Thisse, 2173-2242. Amsterdam: North Holland, 2004.
- Epple, Dennis y Richard Romano. «Neighbourhood Schools, Choice, and the Distribution of Educational Benefits». *NBER Working Paper*, n° 7850, 2000.
- Fernández, Raquel y Richard Rogerson. «School Vouchers as a Redistributive Device: An Analysis of Three Alternative Systems». *Paper*, 2001, 36 p.

- Fernández, Raquel y Richard Rogerson. «Keeping People Out: Income Distribution, Zoning and the Quality of Public Education». *International Economic Review*, n° 38, 1997: 23-42.
- Fernández, Raquel y Richard Rogerson. «Public Education and Income Distribution: A Dynamic Quantitative Evaluation of Education Finance Reform». *American Economic Review*, Vol. 88, n° 4, 1998: 813-833.
- Giannini, Massimo. «Accumulation and Distribution of Human Capital: The Interaction between Individual and Aggregate Variables». *Working Paper* (University of Naples) n° 3/99, 1999.
- Goldstein, Harvey. *Multilevel Statistical Models*. Institute of Education (Paper). Londres: Multilevel Model Project, 1999.
- Gradstein, Mark y Moshe Justman. «Democratic Choice of an Education System: Implications for Growth and Income Distribution». *Journal of Economic Growth*, n° 2, 1997: 169-183.
- Glomm, Gerhard y Ravikumar. «Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality». *Journal of Political Economy*, Vol. 100, n° 4, 1992: 818-834.
- Hox, Joop. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2002.
- Hoxby, Caroline. «Are Efficiency and Equity in School Finance Substitutes or Complements». *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 10, n° 4, 1996: 51-72.
- Lucas, Robert. «On the Mechanics of Economic Development». *Journal of Monetary Economics*, n° 22, 1988: 3-42.
- Moulton, Brent. «An Illustration of a Pitfall in Estimating the Effects of Aggregate Variables on Micro Units». *Review of Economics and Statistics*, Vol. 72, n° 2, 1990: 334-338.
- Mulligan, Cassey y Xavier Sala-i-Martin. «Measuring Aggregate Human Capital». *Journal of Economic Growth*, n° 5, 2000: 215-252.
- Nechyba, Thomas. «School Finance Induced Migration Patterns: The Impact of Private School Vouchers». *Journal of Public Economic Theory*, Vol. 1, n° 1, 1999: 5-50.
- Nechyba, Thomas. «School Finance, Spatial Income Segregation and the Nature of Communities». *Journal of Urban Economics*, Vol. 54, n° 1, 2003: 61-88.
- Patacchini, Eleonora y Yves Zenou. «Intergenerational Education Transmission: Neighbourhood Quality and/or Parents' Involvement?». *Discussion Paper Series*, IZA DP n° 2.608, 2005: 1-42.
- World Bank (2006). *Equity and development*. *World development report 2006*. n° 32204, New York.

## Anexo 1. Estructura recursiva

Cada uno de los dos regímenes se define por un sistema recursivo  $(m_t^2 \Delta_t)$  que puede expresarse en forma matricial con soluciones particulares:  $(I+K)^{-1} * D$ . La matriz I es la identidad, K la matriz de coeficientes y D la matriz de términos exógenos que en este caso incluye las condiciones iniciales. Para la sociedad heterogénea las expresiones son:

$$K = \begin{bmatrix} -r & \gamma \cdot \frac{\sigma - 1}{2 \cdot \sigma} & 0 \\ 0 & -(\alpha + \beta)^2 & 0 \\ 0 & \frac{\psi}{2} & -r \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{2}{s} \\ \theta - \frac{2}{2} \\ \frac{2}{s} \\ \theta \end{bmatrix}$$

Las soluciones particulares  $(I+K)^{-1}D$  proporcionan los niveles de equilibrio intertemporal o los valores que toma el sistema cuando t tiende a infinito:

$$m_{\infty} = \left[ \frac{\frac{2}{s} (\alpha^2 \sigma + 2 \alpha \beta \sigma + \beta^2 \sigma + \gamma (\sigma - 1) - \sigma) - 2 \theta \sigma (\alpha^2 + 2 \alpha \beta + \beta^2 - 1)}{2 \sigma (r - 1) (\alpha^2 + 2 \alpha \beta + \beta^2 - 1)} \right]$$

$$\Delta_{\infty}^2 = \left[ - \frac{\frac{2}{s}}{\alpha^2 + 2 \alpha \beta + \beta^2 - 1} \right]$$

Para obtener las soluciones complementarias es necesario obtener el polinomio característico:

$$\text{DET}(\lambda \cdot I + K) = 0$$

$$(r - \lambda) \cdot (\alpha^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \beta + \beta^2 - \lambda) = 0$$

$$(\lambda \cdot I + K) \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = 0$$

De aquí se obtienen las raíces características que luego se utilizan para obtener las soluciones complementarias del sistema:

$$\begin{bmatrix} M (\lambda - r) + \frac{n \gamma (1 - \sigma)}{2 \sigma} \\ - N (\alpha^2 + 2 \alpha \beta + \beta^2 - \lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

M y N son valores arbitrarios, de tal modo que la siguiente estructura permite obtener los valores para M y N:

$$M = \frac{n \gamma (1 - \sigma)}{2 \sigma (r - \lambda)}$$

$$N = \frac{2 m \sigma (r - \lambda)}{\gamma (1 - \sigma)}$$

La solución general resulta de la suma de las soluciones particular y complementaria. Una vez determinados los valores iniciales, bajo  $t = 0$ , se obtienen las expresiones dinámicas completas del primero y segundo momento de la distribución log-normal ( $m_t, \Delta_t^2$ ):

$$\Delta_t^2 = \left( \Delta_0 - \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2} \right) (\alpha + \beta)^{2t} + \frac{s^2}{1 - (\alpha + \beta)^2}$$

$$m_t = \frac{(\alpha + \beta)^{2t} \left( 2 \sigma (r-1) ((\alpha + \beta)^2 - 1) m_0 - s^2 (\alpha^2 \sigma + 2 \alpha \beta \sigma + \beta^2 \sigma + \gamma (\sigma - 1) - \sigma) + 2 \theta \sigma ((\alpha + \beta)^2 - 1) \right)}{2 \sigma (r-1) ((\alpha + \beta)^2 - 1)}$$

El mismo procedimiento se utilizó para la sociedad homogénea obteniendo los siguientes resultados:

$$\Delta_t^2 = \left( \Delta_0 - \frac{s^2}{1 - \alpha^2} \right) \alpha^{2t} + \frac{s^2}{1 - \alpha^2}$$

$$m_t = \frac{s^2 (\alpha^2 \sigma + 2 \alpha \beta \sigma + \beta^2 \sigma + \gamma (\sigma - 1) - \sigma) - 2 \theta \sigma ((\alpha + \beta)^2 - 1)}{2 \sigma (r-1) ((\alpha + \beta)^2 - 1)}$$

$$m = \frac{\alpha^2 t \left( 2 \varepsilon \sigma (r-1) (\alpha - 1) m - s^2 (\alpha^2 \varepsilon \sigma + \beta \sigma (\varepsilon - 1) + \varepsilon (\gamma (\sigma - 1) - \sigma)) + 2 \varepsilon \theta \sigma (\alpha - 1) \right)}{2 \varepsilon \sigma (r-1) (\alpha - 1)}$$

$$+ \frac{s^2 (\alpha^2 \varepsilon \sigma + \beta \sigma (\varepsilon - 1) + \varepsilon (\gamma (\sigma - 1) - \sigma)) - 2 \varepsilon \theta \sigma (\alpha - 1)}{2 \varepsilon \sigma (r-1) (\alpha - 1)}$$